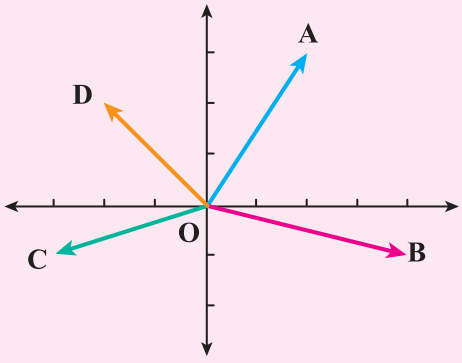
بسم الله الرحمن الرحیم

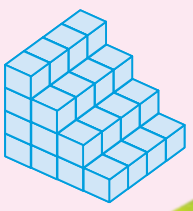
اَللّٰهُمَّ صَلِّ عَلٰى مُحَمَّدٍ وَ آلِ مُحَمَّدٍ وَ عَجِّلْ فَرَجَهُمْ

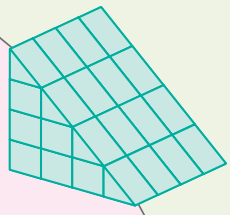
ریاضی

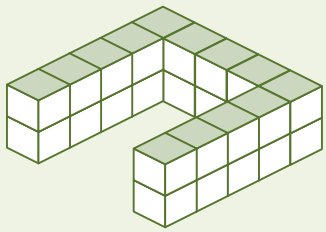
پایهٔ هفتم

دورهٔ اول متوسطه

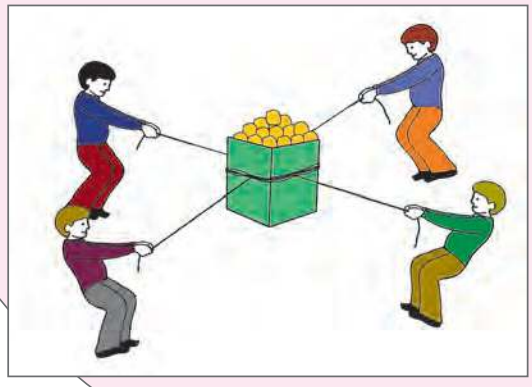


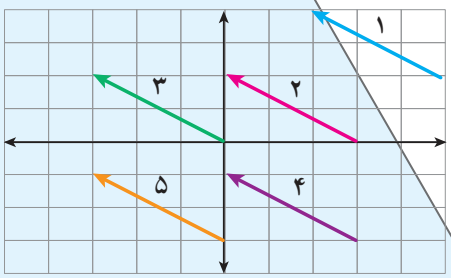












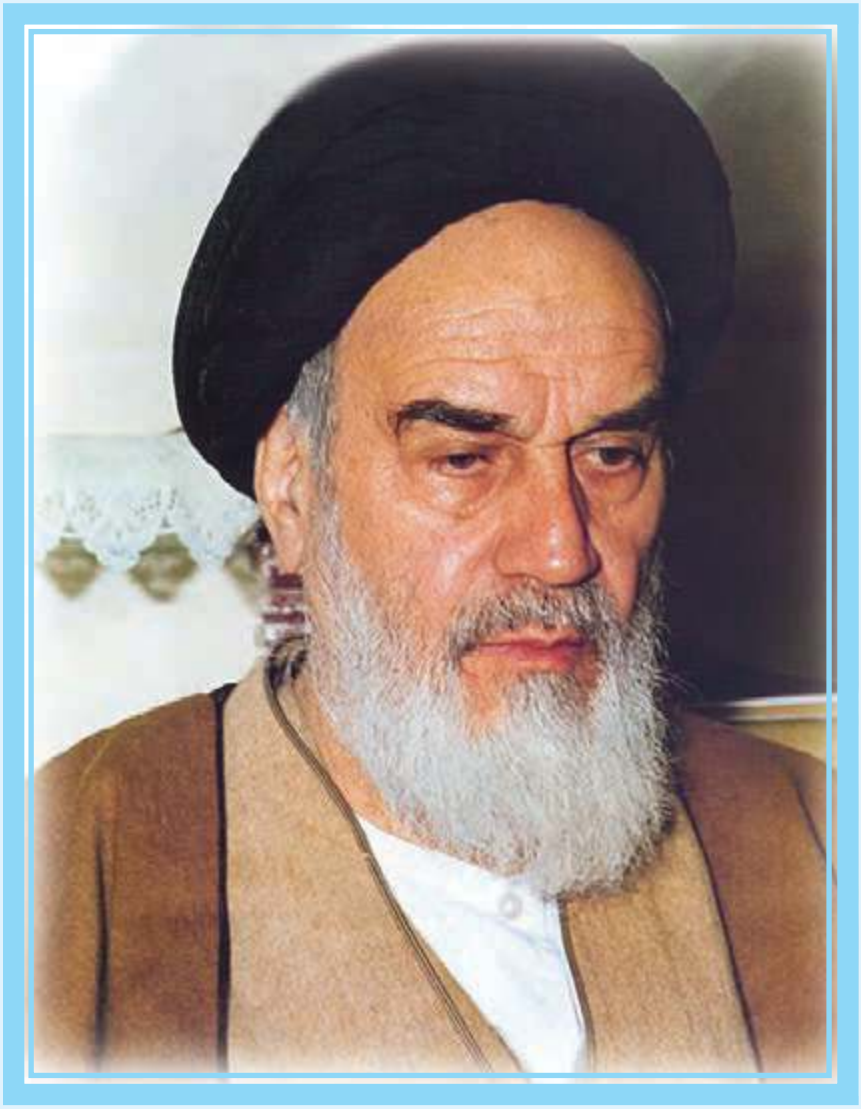
این کتاب در سال تحصیلی ۹۳ـ ۹۲ توسط اعضای کمیتهٔ متوسطهٔ ۱ گروه ریاضی دفتر تألیف مورد تصحیح و بازنگری کلّی قرار گرفت.

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

نام کتاب :	ریاضی ـ پایهٔ هفتم دورهٔ اول متوسطه ـ ۷۰۵
پدیدآورنده :	سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف :	دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطهٔ نظری
شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف :	بهمن اصلاح‌پذیر ، علی ایرانمنش، محمدحسن بیژن‌زاده، خسرو داودی، آرش رستگار، ابراهیم ریحانی، احمد شاهورانی، وحید عالمیان و سیّد محمّدکاظم نائینی (اعضای گروه تألیف)ـ حمیدرضا امیری ، زهره بندی، خسرو داودی، ابراهیم ریحانی، محمدرضا سیّدصالحی و میرشهرام صدر (اعضای کمیتهٔ متوسطهٔ ۱) ـ ابراهیم اسماعیلی اراضی و سید اکبر میرجعفری (ویراستار)
مدیریت آماده‌سازی هنری :	ادارهٔ کلّ نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
شناسه افزوده آماده‌سازی :	احمدرضا امینی (مدیرامور فنی وچاپ) ـ مجید ذاکری‌یونسی (مدیرهنری) ـ محمد عباسی و حمید نابت‌کلاچاهی (طراح گرافیک، طراح جلد، صفحه‌آرا) ـ یاسمن ثروتیان (تصویرگر)ـ فاطمه رئیسیان‌فیروزآباد و مریم دهقان‌زاده (رسام) ـ زهرا ایمانی‌نصر، فاطمه باقری‌مهر، رعنا فرج‌زاده‌دروئی، حسین چراغی، فاطمه پزشکی و راحله زادفتح‌اله (امور آماده‌سازی)
نشانی سازمان :	تهران: خیابان ایرانشهر شمالی ـ ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی) تلفن: ۹ـ۸۸۸۳۱۱۶۱، دورنگار : ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی : ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹ وبگاه: www.chap.sch.ir و www.irtextbook.ir
ناشر :	شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران : تهران ـ کیلومتر ۱۷ جادهٔ مخصوص کرج ـ خیابان ۶۱ (داروپخش)، تلفن : ۵ـ۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار : ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۱۳۹ـ۳۷۵۱۵
چاپخانه :	شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران (سهامی خاص)
سال انتشار و نوبت چاپ :	چاپ چهاردهم ۱۴۰۵

کلیهٔ حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به‌صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس‌برداری، نقاشی، تهیهٔ فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع بدون کسب مجوز از این سازمان ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

شابک : ۴-۲۲۴۲-۰۵-۹۶۴-۹۷۸ ISBN 978 -964 - 05 - 2242 - 4



امام خمینی قُدِّسَ سِرُّهُ به بحث و مذاکره دربارهٔ مسائل علمی، به‌ویژه در مجلس درس علاقهٔ فراوان داشتند. اگر بر جلسهٔ درس، سکوت حکمفرما می‌شد، می‌فرمودند: «مجلس درس است، نه مجلس روضه؛ سخن بگویید و اعتراض کنید.»

فهرست

سخنی با دانش‌آموز

فصل ۱ ــ راهبردهای حل مسئله ۱

فصل ۲ــ عددهای صحیح ۱۳
معرفی عددهای علامت‌دار ۱۴
جمع و تفریق عددهای صحیح (۱) ۱۷
جمع و تفریق عددهای صحیح (۲) ۲۰
ضرب و تقسیم عددهای صحیح ۲۳
مرور فصل ۲ ۲۶

فصل ۳ــ جبر و معادله ۲۷
الگوهای عددی ۲۸
عبارت‌های جبری ۳۱
مقدار عددی یک عبارت جبری ۳۴
معادله ۳۷
مرور فصل ۳ ۴۰

فصل ۴ــ هندسه و استدلال ۴۱
روابط بین پاره‌خط‌ها ۴۲
روابط بین زاویه‌ها ۴۵
تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران) ۴۸
شکل‌های مساوی (هم‌نهشت) ۵۱
مرور فصل ۴ ۵۴

فصل ۵ــ شمارنده‌ها و اعداد اول ۵۵
عدد اول ۵۶
شمارندهٔ اول ۵۹
بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک ۶۲
کوچک‌ترین مضرب مشترک ۶۵
مرور فصل ۵ ۶۸

فصل ۶ــ سطح و حجم	**۶۹**
حجم‌های هندسی	۷۰
محاسبهٔ حجم‌های منشوری	۷۳
مساحت جانبی و کل	۷۶
حجم و سطح	۷۹
مرور فصل ۶	۸۲
فصل ۷ــ توان و جذر	**۸۳**
تعریف توان	۸۴
محاسبهٔ عبارت توان‌دار	۸۷
ساده‌کردن عبارت‌های توان‌دار	۹۰
جذر و ریشه	۹۳
مرور فصل ۷	۹۶
فصل ۸ ــ بردار و مختصات	**۹۷**
پاره‌خط جهت‌دار	۹۸
بردارهای مساوی و قرینه	۱۰۱
مختصات	۱۰۴
بردار انتقال	۱۰۷
مرورفصل ۸	۱۱۰
فصل ۹ــ آمار و احتمال	**۱۱۱**
جمع‌آوری و نمایش داده‌ها	۱۱۲
نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها	۱۱۵
احتمال یا اندازه‌گیری شانس	۱۱۸
احتمال و تجربه	۱۲۱
مرور فصل ۹	۱۲۴

سخنی با دانش‌آموز



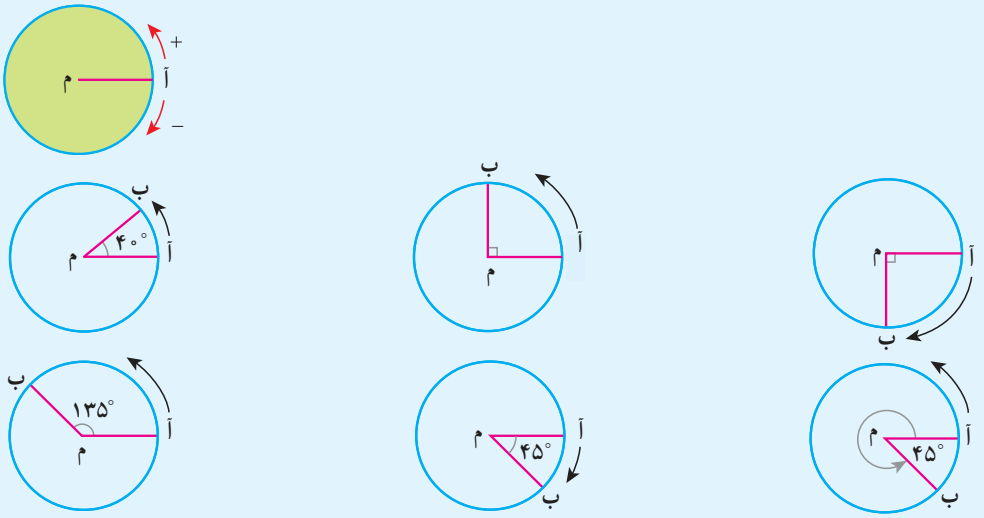
چگونه ریاضی را یاد بگیریم؟

در دورهٔ ابتدایی با مفاهیم حساب و هندسه آشنا شدید.
در دورهٔ اول متوسطه از دانش ریاضی خود استفاده می‌کنید و آن را به‌کار می‌برید تا معلومات ریاضی خود را افزایش دهید؛ اما چگونه باید ریاضیات را آموخت؟

برای یادگیری ریاضی، خودتان دست‌به‌کار شوید؛ در کلاس، نقش فعالی داشته باشید؛ فقط شنونده‌بودن کافی نیست. فعالیت‌های کتاب درسی به شما کمک می‌کنند تا در جریان کلاس، سهیم باشید. متن فعالیت‌ها را با دقت بخوانید و به‌صورت فردی یا گروهی کارهای خواسته‌شده را انجام دهید. مهم‌ترین قسمت فعالیت‌ها، بخش نتیجه‌گیری است؛ آن قسمت‌ها را به‌صورت کامل بنویسید.

فعالیت

نقطهٔ «آ» روی محیط دایره حرکت می‌کند. وقتی «آ» روی دایره حرکت می‌کند تا برای مثال به نقطهٔ «ب» برسد، یک زاویه درست می‌کند. با توجه به جهت‌های + و − نشان‌داده‌شده، مشخص کنید هر یک از زاویه‌های زیر چند درجه‌اند؟ با یک عدد علامت‌دار نشان دهید.



کار در کلاس‌ها، هم به شما کمک می‌کند که آموخته‌های خود را به‌کار برید و هم این فرصت را به معلم می‌دهد تا فرایند آموزش را کامل کند و به سؤال‌های شما پاسخ دهد و اشکالات پیش‌آمده را رفع کند.

کار در کلاس

تساوی‌ها را کامل کنید.

$-(-۴)=$ $\quad -(+۱۰)=$ $\quad +۲۰=$ $\quad +۱۵=۱۵$

$+(-۴)=$ $\quad +(-۷)=-۷$ $\quad -(-۱۰)=$ $\quad -(-(+۷))=$

در پایان، تمرین‌ها را در منزل به‌طور کامل انجام دهید. انجام کامل تمرین به این معناست که شما این قسمت را فراگرفته‌اید. اگر نتوانستید به سؤالی جواب دهید، مهم‌ترین کار شما جست‌وجوی راه حل از دوستان، هم‌کلاسی‌ها یا معلم است. هرگز تمرینی را بدون پاسخ کامل رها نکنید.

تمرین

عددها را با هم مقایسه کنید.

$-۱۴ \bigcirc ۰$ $\quad -۲۷ \bigcirc ۱$ $\quad -۴ \bigcirc -۸$

$-(+۸) \bigcirc +(-۸)$ $\quad +۷ \bigcirc ۷$ $\quad -۱۰۰ \bigcirc -۱$

برای انجام کارهای بالا، شما باید توانایی خود را در حل مسئله بالا ببرید. کسی که در حل کردن مسئله ماهر شود، می‌تواند فعالیت‌ها را به نتیجه برساند.



چگونه مسئله را حل کنیم؟

حل کردن هر مسئله، ۴ مرحله دارد. در تمام کتاب وقتی با مسئله‌ای روبه‌رو می‌شوید، این ۴ مرحله را در ذهن خود مرور کنید تا کم‌کم در حل کردن مسئله، فکر خود را سازمان‌دهی کنید.

مرحلهٔ اول؛ فهمیدن مسئله: برای درک مسئله باید آن را خوب بخوانید و درک کنید. کارهای زیر می‌تواند به شما در درک بهتر مسئله کمک کند:

- مسئله را به زبان و کلمات خود بیان کنید.
- مسئله را خلاصه کنید.
- داده‌ها و اطلاعات مسئله را مشخص کنید.
- خواسته‌های مسئله را معلوم کنید.
- شرط‌های خاص مسئله را جدا کنید.
- مسئله را به صورت یک نمایش ساده اجرا کنید.

مرحلهٔ دوم؛ انتخاب راهبرد مناسب: در دورهٔ ابتدایی با تعدادی از راهبردهای حل مسئله آشنا شدید. دانستن نام و کاربرد هر راهبرد به شما کمک می‌کند تا آن را مرور کنید و بدانید برای حل کدام مسئله، ممکن است مفید باشد.

- رسم شکل
- الگوسازی
- حذف حالت‌های نامطلوب
- الگویابی
- حدس و آزمایش
- زیر مسئله
- حل مسئلهٔ ساده‌تر
- روش‌های نمادین

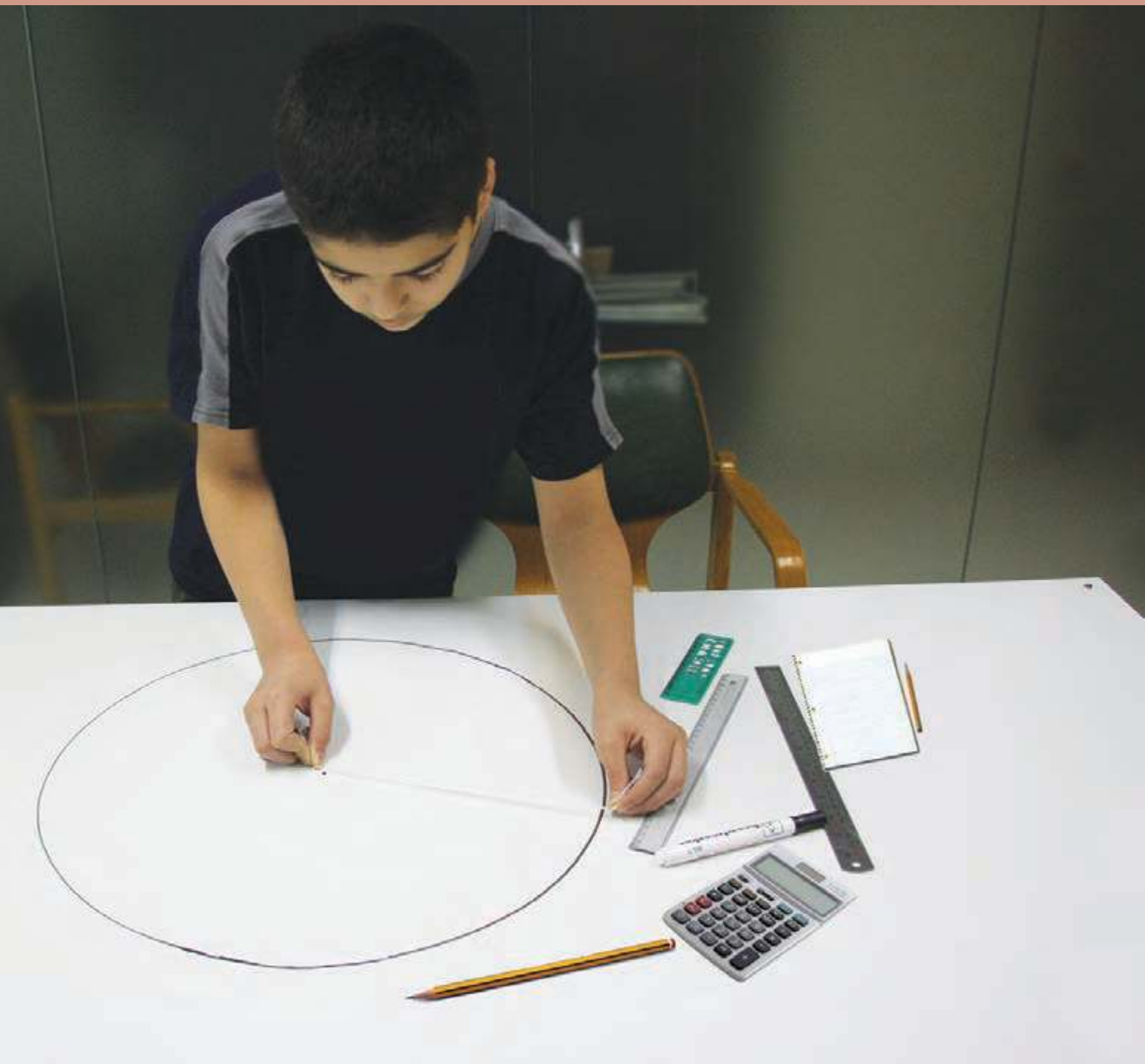
مرحلهٔ سوم؛ حل کردن مسئله: با راهبردی که انتخاب کرده‌اید، مسئله را حل کنید. اگر تشخیص دادید که مسئله با آن راهبرد به نتیجه نمی‌رسد، به مرحلهٔ دوم برگردید و راهبرد خود را تغییر دهید. گاهی اوقات لازم است به مرحلهٔ اول برگردید. شاید نکته‌ای در مسئله وجود داشته باشد که شما هنوز به آن توجه نکرده باشید.

مرحلهٔ چهارم؛ بازگشت به عقب: حل کردن مسئله با پیدا شدن پاسخ ریاضی تمام نمی‌شود. ابتدا پاسخ ریاضی خود را در موضوع مسئله تفسیر کنید. آیا پاسخ شما همان خواستهٔ مسئله است؟ آیا جواب شما منطقی است؟ می‌توانید مراحل و عملیات مسئله را بررسی کنید یا مسئله را با راه حل دیگری پاسخ دهید.



- راهبرد رسم شکل
- راهبرد الگوسازی
- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب
- راهبرد الگویابی
- راهبرد حدس و آزمایش
- راهبرد زیرمسئله
- راهبرد حل مسئلهٔ ساده‌تر
- راهبرد روش‌های نمادین

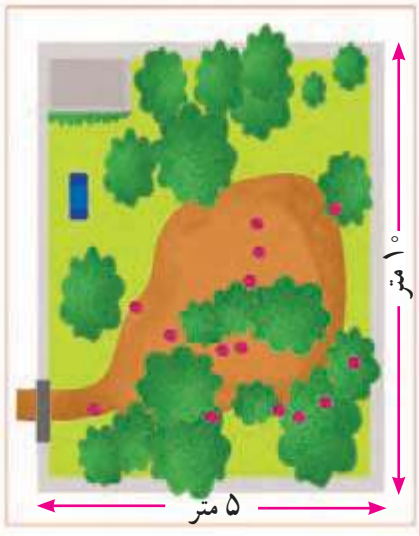
فصل ۱ راهبردهای حل مسئله



راهبرد رسم شکل

کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کند یا به‌طور کامل آن را حل کند؛ به‌طوری‌که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. گاهی ممکن است شکل را فقط تصور کنید و آن را رسم نکنید. منظور از رسم شکل، نقاشی نیست؛ بلکه می‌توانید برای این کار شکل‌های ساده بکشید.

۱ــ یک باغچهٔ مستطیل‌شکل به طول ۱۰ و عرض ۵ متر داریم. اگر بخواهیم به فاصلهٔ یک متر از ضلع‌های باغچه، دورتا دور آن را نرده بکشیم، چند متر نرده لازم است؟

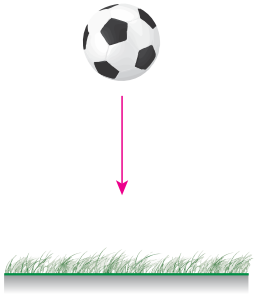


ابتدا یک مستطیل رسم کنید.

دور آن به فاصلهٔ یک متر از هر ضلع خط بکشید.

یک مستطیل جدید به‌وجود می‌آید. طول و عرض این مستطیل چقدر است؟

۲ــ توپی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از برخورد با زمین، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ از لحظهٔ رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟



۳ــ قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می‌رود و هر بار ۲ متر سُر می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟



راهبرد الگوسازی

برای حل بعضی از مسئله‌ها باید همهٔ حالت‌های ممکن را بنویسید. برای این‌که هیچ حالتی از قلم نیفتد، لازم است آنها را با نظم، الگو و ترتیبی مشخص بنویسید. الگوسازی به شما کمک می‌کند تا مطمئن شوید همهٔ حالت‌ها را نوشته‌اید. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همهٔ جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهبرد استفاده کنید. با توجه به نظم و ترتیبی که می‌سازید، به این راهبرد، تفکر نظام‌دار نیز می‌گویند.

۱ــ دو عدد طبیعی[۱] پیدا کنید که حاصل‌ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار ممکن باشد. جدول را با نظم و ترتیب کامل کنید.

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	

کوچک‌ترین عدد طبیعی چیست؟

حاصل‌ضرب آن در چه عددی ۲۴ می‌شود؟

اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب عددها را پیدا کنید.

۲ــ با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟



۳ــ با رقم‌های ۷، ۲ و ۵ تمام عددهای سه‌رقمی ممکن را بنویسید (در عددهای شما می‌تواند رقم‌های تکراری هم باشد).

۴ــ تعداد زیادی سکهٔ ۵۰ و ۱۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می‌توان معادل ۵۰۰ تومان درست کرد؟



۱ــ عددهای ... ,۱,۲,۳ را عددهای طبیعی می‌نامند.

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

به شرایط و اطلاعات مسئله توجه کنید و حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید؛ آن‌گاه پاسخ مسئله یا همان حالت‌های مطلوب به دست می‌آیند. برای پیداکردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به‌دست آورید؛ سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

۱ــ مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل‌ضرب سن آنها ۷۰ است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟

ابتدا با راهبرد الگوسازی، همهٔ حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی برابر ۷۰ می‌شود، بنویسید.

به این جدول چه ستونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب، حذف شود و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

نفرسوم	نفردوم	نفراول

۲ــ دوست شما یک عدد حسابی[1] کوچک‌تر از ۱۰۰ را در نظر گرفته است. شما باید با طرح چند سؤال، عدد موردنظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما «بله» و «خیر» بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟

در واقع از ۰ تا ۹۹، ۱۰۰ عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است و باقی عددها نامطلوبند. با این توضیح کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟

- آیا عدد موردنظر شما ۲۷ است؟
- آیا عدد موردنظر شما زوج است؟
- آیا عدد موردنظر شما یک‌رقمی است؟
- آیا عدد موردنظر شما از ۵۰ بزرگ‌تراست؟

با توجه به پاسخ‌هایی که به سؤال‌های بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه با نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آن، به عدد موردنظر رسید.

۱ــ عددهای ... ,۰,۱,۲,۳ را عددهای حسابی می‌نامند.

راهبرد الگویابی

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی یا هندسی روبه‌رو می‌شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود بین دنباله‌های عددی یا هندسی کمک می‌کند تا بتوانید خواستهٔ مسئله را به‌دست آورید. این راهبرد در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها یا عددها، الگو و رابطهٔ خاصی وجود داشته باشد.

۱ــ سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطهٔ بین عددها را توضیح دهید.

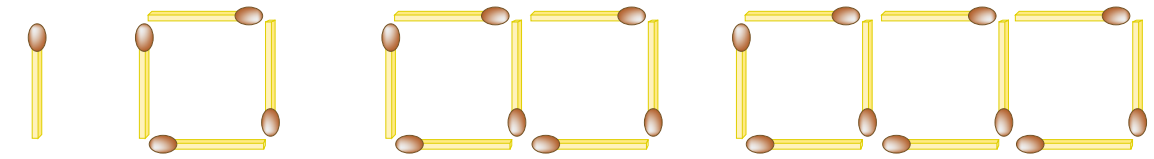
عددها سه تا سه تا اضافه می‌شوند.

___ و ___ و ___ و ۱۳ و ۱۰ و ۷ و ۴ و ۱

___ و ___ و ___ و ۱۶ و ۹ و ۴ و ۱

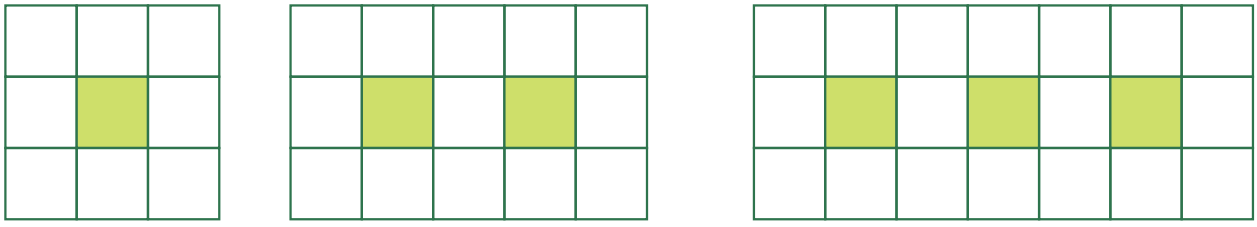
___ و ___ و ___ و ۸ و ۱۶ و ۳۲ و ۶۴

۲ــ شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟ چرا؟



شکل (۴) شکل (۳) شکل (۲) شکل (۱)

۳ــ اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شمارهٔ ۶، رنگی خواهد بود؟



شکل (۳) شکل (۲) شکل (۱)

راهبرد حدس و آزمایش

ممکن است یک مسئله، راه حل مستقیمی نداشته باشد یا راه رسیدن به جواب آن طولانی و دشوار باشد. شما می‌توانید با یک روش منطقی و منظم، پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید؛ سپس با توجه به شرایط گفته‌شده در مسئله، حدس خود را بررسی کنید و با توجه به نتیجهٔ به‌دست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم‌کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

۱ــ ۲۰ دستگاه دوچرخه و سه‌چرخه در یک پارکینگ (توقفگاه)[1] وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آنها ۴۵ عدد باشد، چند دوچرخه و چند سه‌چرخه در توقفگاه وجود دارد؟

بررسی و آزمایش	تعداد سه‌چرخه	تعداد دوچرخه
	۱۰	۱۰



درحدس اول تعداد دوچرخه‌ها را ۱۰ و تعداد سه‌چرخه‌ها را هم ۱۰ عدد درنظر بگیرید.
با کامل کردن ردیف اول جدول، حدس خود را بررسی و آزمایش کنید.
با توجه به نتیجهٔ بررسی، باید تعداد سه‌چرخه‌ها را بیشتر کرد یا دوچرخه‌ها را؟ چرا؟

۲ــ دو زاویه، متمم‌اند. یکی از این زاویه‌ها ۳ برابر زاویهٔ دیگر است. اندازهٔ هر زاویه را پیدا کنید.

۳ــ به‌جای ■ چه عددی می‌توان قرار داد؟

$۳\times ■ +۱۰=۳۱$

به‌جای ■ عددهای مختلفی را حدس بزنید. از عدد ۱۰ شروع کنید.

$۳\times ۱۰+۱۰=۴۰$

حدس بعدی شما بیشتر از ۱۰ است یا کمتر از آن؟

۱ــ مصوب فرهنگستان به‌عنوان معادل Parking

راهبرد زیرمسئله

مسئلهٔ پیچیده و چندمرحله‌ای را به چند مسئلهٔ ساده تبدیل کنید. از این‌زیرمسئله‌ها فهرستی درست کنید؛ سپس به‌ترتیب به آنها پاسخ دهید. اگر ترتیب زیرمسئله‌ها را درست تشخیص داده باشید، حل هر زیرمسئله به حل مسئلهٔ بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به‌خواستهٔ اصلی مسئله برسید.

۱ــ پس‌انداز هفتگی محمد، ۳۰۰۰۰۰ تومان است. او حساب کرده ۵ هفته پس‌انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

الف) پس‌انداز ۵ هفته چقدر می‌شود؟

ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

۲ــ در یک مجتمع مسکونی استخری به‌طول، عرض و عمق به‌ترتیب ۱۲، ۶ و ۱/۵ متر وجود دارد. مدیر ساختمان پیشنهاد کرده است که دیوارها و کف استخر رنگ شود. او از یک نقاش خواست تا برآورد کند که انجام این کار چقدر هزینه دارد و به مدیر ساختمان اعلام کند. نقاش‌ها به‌طور معمول براساس هر مترمربع برای خودشان دستمزد درنظر می‌گیرند و قیمت رنگ را هم جداگانه حساب می‌کنند.

اگر قیمت هر کیلوگرم رنگ ۳۰۰۰۰۰ تومان و دستمزد رنگ کردن هر مترمربع ۲۰۰۰۰ تومان باشد و برای رنگ‌کردن هر مترمربع استخر ۰/۳ کیلوگرم رنگ مصرف شود، هزینه این کار را حساب کنید.

۳ــ میوه فروشی، پرتقال‌ها را کیلویی ۱۷۵۰۰ تومان می‌فروخت. از او سؤال کردم چگونه قیمت این پرتقال‌ها را تعیین کرده است؟

او پاسخ داد : من از میدان میوه و تره‌بار ۸۰ کیلوگرم پرتقال خریدم کیلویی ۱۲۰۰۰ تومان. حدود ۱۰٪ پرتقال‌ها در حمل‌ونقل و پس از چند روز ماندن در مغازه خراب می‌شود و از بین می‌رود. حدود ۱۰۰۰۰۰ تومان کرایه حمل و نقل از میدان تا مغازه را داده‌ام.

همچنین تجربه نشان می‌دهد که حدود ۴۰۰۰۰ تومان از این معامله را باید بابت هزینه‌های جانبی مثل کرایهٔ مغازه، آب، برق و... کنار بگذارم. در این‌صورت میزان سود این میوه‌فروش از این معامله را حساب کنید.



راهبرد حل مسئلهٔ ساده‌تر

برای حل بعضی از مسئله‌ها،ابتدا مسئله‌ای ساده‌تر را که با مسئلهٔ اصلی در ارتباط است، حل می‌کنیم. سپس بااستفاده از نتیجه و پاسخ مسئلهٔ ساده شده، جواب مسئلهٔ اصلی را به‌دست می‌آوریم. برای ساده کردن مسئله می‌توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک‌تر استفاده کرد. برای نتیجه‌گیری و پیدا کردن پاسخ مسئلهٔ اصلی، از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم و الگوی کشف شده در مسئلهٔ ساده را به مسئلهٔ اصلی مرتبط می‌کنیم.

۱ــ قطر خورشید ۱۳۹۲۵۳۰ کیلومتر وقطر کرهٔ زمین ۱۲۷۵۶/۶ کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین است؟

برای ساده شدن مسئله بهتر است از عددهای ساده‌تر (برای مثال تقریبی از عدد) استفاده کنید. $۱۳۹۲۵۳۰ \simeq ۱۰۰۰۰۰۰$

خلاصهٔ مسئله ساده شده را بنویسید و پاسخ دهید. $۱۲۷۵۶/۶ \simeq$





۲ــ حاصل عبارت مقابل را به‌دست آورید. $\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۶}+\cdots+\frac{۱}{۱۰۲۴}$

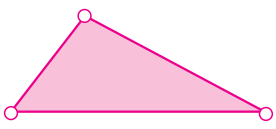
به‌جای حل کردن عبارت بالا، ابتدا ساده شدهٔ این مسئله را حل کنید.

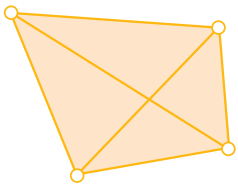
در پاسخ‌ها چه الگو و رابطه‌ای تشخیص می‌دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئلهٔ اصلی را بدون محاسبه بنویسید؟

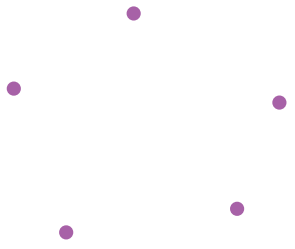
۳ــ اگر ۱۰ نقطه را که هیچ سه‌تای آنها روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم، چند پاره‌خط به‌وجود می‌آید؟

تعداد پاره‌خط‌ها در واقع مجموع تعداد ضلع‌ها و تعداد قطرهاست.

یک الگو بیابید و برای ۱۰ نقطه نتیجه‌گیری کنید.







راهبرد روش‌های نمادین

بسیاری از مسئله‌ها را می‌توانیم به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کنیم. از فصل سوم به بعد می‌توانید از این راهبرد نیز برای حل مسئله استفاده کنید. در بعضی از مسئله‌ها هم می‌توانیم از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به‌شمار می‌رود.

۱ــ احمد ۲۰۰۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰۰ تومان برایش باقی‌ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

متن این سؤال را می‌توانید با تساوی مقابل نشان دهید. $۴\times \square +۲۰۰۰۰ = ۲۰۰۰۰۰$

مربع، نشان دهندهٔ چه چیزی است؟

اکنون می‌توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد، حدس بزنید و آزمایش کنید.

(در فصل سوم، این مسئله را به روش دیگری حل خواهید کرد.)

۲ــ فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳ــ یک سالن مستطیل‌شکل داریم. می‌خواهیم در مکانی از سقف این سالن، یک دریچهٔ خنک‌کن (مصوب فرهنگستان به‌عنوان معادل Cooler) قرار دهیم؛ به‌طوری‌که از ۴ گوشهٔ آن به یک اندازه فاصله داشته باشد. محل دریچه را تعیین کنید.



مرور راهبردها

در حل این مسئله‌ها از راهبردهایی که آموخته‌اید، استفاده کنید. ممکن است در حل مسئله‌ای راه جدیدی به ذهن شما برسد که با راهبردهای آموزش‌داده‌شده متفاوت باشد. **برای حل مسئله‌ها می‌توانید از ماشین‌حساب استفاده کنید.** دربارهٔ راهبردهای مختلف با هم‌کلاسی‌های خود گفت‌وگو کنید. ممکن است یک مسئله با چند راهبرد حل شود یا چند نفر از یک راهبرد استفاده کنند؛ ولی شیوهٔ به‌کاربردن آنها متفاوت باشد. برای مثال چند نفر یک مسئله را با راهبرد رسم شکل حل می‌کنند؛ اما ممکن است نحوهٔ شکل کشیدن آنها متفاوت باشد. در یک کلاس ریاضی خوب و فعال، تنوع راهبرد و راه حل وجود دارد.

۱ــ $\frac{۱}{۳}$ دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال و $\frac{۱}{۵}$ دانش‌آموزان آن کلاس، فوتبال بازی می‌کنند. سایر دانش‌آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۲ــ مساحت مربعی به ضلع ۱۰۰سانتی‌متر، ۱متر مربع است. اگر از ضلع مربع ۱۰ درصد کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می‌شود؟



۳ــ کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر بذر پاشی کرده است:

گندم: ٪۴۵ جو: ٪۳۷/۵ ذرت: ٪۱۷/۵

اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید.

۴ــ حاصل عبارت روبه‌رو را پیدا کنید.

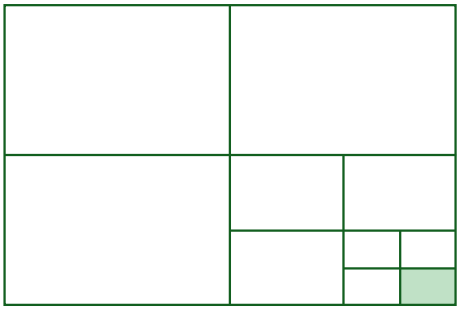
$$۱-\frac{۱}{۲}\times۱-\frac{۱}{۳}\times۱-\frac{۱}{۴}\times\cdots\times۱-\frac{۱}{۱۰۰}=$$



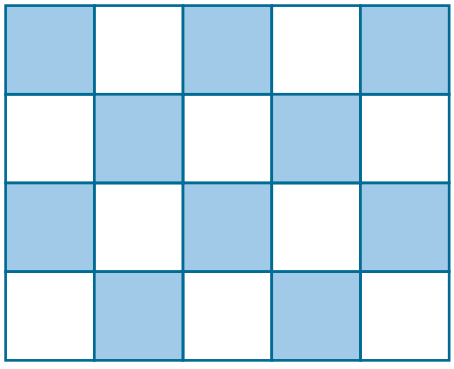
۵ــ در یک کارگاه تولیدی، ۴۹۶۰ جفت کفش تولید شده که $\frac{۳}{۸}$ آنها پسرانه و بقیه دخترانه است. اگر قیمت هر جفت کفش پسرانه ۳۵۰۰۰۰ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۴۲۰۰۰۰ تومان باشد، درآمد این کارگاه چقدر است؟

۶ــ سارا یک بازی روی صفحهٔ شطرنجی انجام می‌دهد. مهرهٔ او روی خانهٔ $\left[\begin{matrix}۲\\۳\end{matrix}\right]$ است. او ابتدا مهره‌اش را ۳ خانه به سمت راست، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتها ۲ خانه به سمت چپ می‌برد. در حال حاضر مهرهٔ سارا روی کدام خانه قرار دارد؟

۷ــ چه کسری از شکل زیر رنگی است؟ توضیح دهید.



۸ــ اگر دیوارهای یک استخر با طرح زیر، کاشی‌کاری شده باشد، چه کسری از دیوار، کاشی آبی دارد؟



۹ــ در چند حالت، حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی، ۳۶ می‌شود؟ در کدام حالت، حاصل جمع، کمترین مقدار است؟

۱۰ــ عددی را ۵ برابر و ۳ واحد از آن کم کردیم؛ حاصل، ۳۲ شد. عدد موردنظر چند است؟

در این قسمت برای خود فهرستی از راهبردهای حل مسئله تهیه کنید تا در هنگام حل فعالیت‌ها و مسئله‌های کتاب از آن بهره ببرید. هنگام حل مسئله می‌توانید از ماشین‌حساب نیز استفاده کنید.



فصل ۲ عددهای صحیح

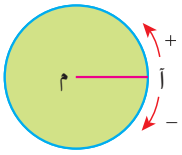
از عددهای صحیح (علامت‌دار) می‌توان برای بیان وضعیت سرما و گرمای هوا، همچنین عمق و ارتفاع نسبت به سطح زمین یا سطح دریا استفاده کرد.

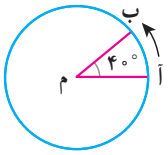
- معرفی عددهای علامت‌دار
- جمع و تفریق عددهای صحیح(۱)
- جمع و تفریق عددهای صحیح(۲)
- ضرب و تقسیم عددهای صحیح

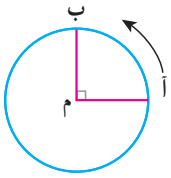
معرفی عددهای علامت‌دار

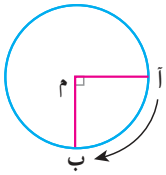
فعالیت

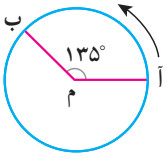
۱ــ متحرکی از نقطهٔ «آ» روی محیط دایره حرکت می‌کند تا به نقطهٔ «ب» برسد و زاویهٔ «آ م ب» را بسازد. وقتی متحرک روی نقطهٔ «آ» است اندازهٔ زاویه صفر است. اندازهٔ هریک از زاویه‌های زیر را با توجه به جهت‌های مثبت و منفی مشخص‌شده، با یک عدد علامت‌دار نشان دهید.

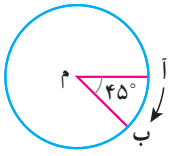


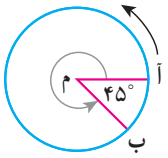






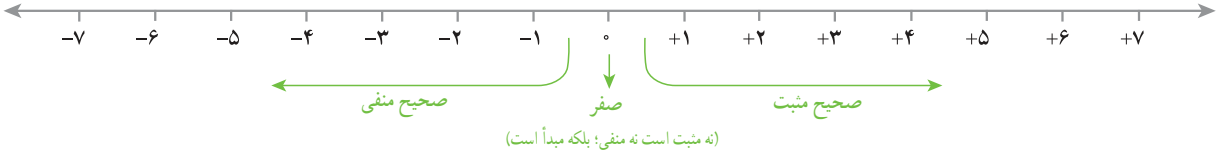






۲ــ در سال گذشته با نمایش عددهای صحیح روی محور آشنا شدید و آموختید که قرینهٔ هر عدد منفی عددی مثبت و قرینهٔ هر عدد مثبت عددی منفی است. قرینهٔ صفر هم خود صفر است. برای نمایش قرینهٔ هر عدد از نماد «–» در سمت چپ آن عدد استفاده می‌کنیم.

با کمک محور، مانند نمونه، تساوی‌ها را کامل کنید.



قرینهٔ (+۷) = ، قرینهٔ (+۵) = ، قرینهٔ (+۳) = –(+۳) = –۳

قرینهٔ (–۸) = ، قرینهٔ (–۵) = ، قرینهٔ (–۴) =

۳ــ مانند نمونه و به کمک محور بالا تساوی‌ها را کامل کنید.

قرینهٔ قرینهٔ (+۷) = ، قرینهٔ قرینهٔ (+۵) = –(–(+۵)) = +۵

قرینهٔ قرینهٔ (–۷) = ، قرینهٔ قرینهٔ (–۶) =

از تساوی‌های بالا چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

عددهای صحیح مثبت همان عددهای طبیعی‌اند. برای مثال می‌توان نوشت:

+۷ = ۷ و +۳ = ۳

عددهای صحیح، شامل عددهای صحیح مثبت، صفر و عددهای صحیح منفی می‌شوند.

کار در کلاس

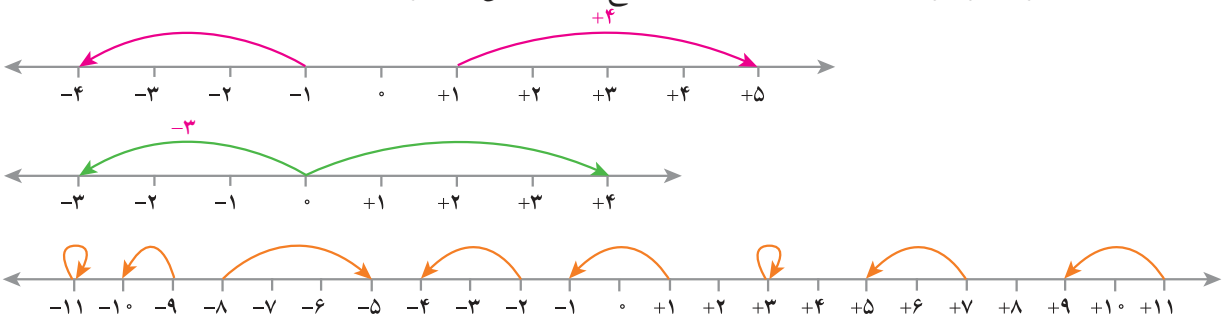
تساوی‌ها را کامل کنید.

$-(-۴) =$ $\quad -(+۱۰) =$ $\quad +۲۰ =$ $\quad ۱۵ = +۱۵$

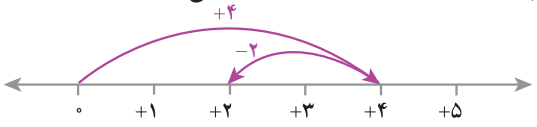
$+(-۴) =$ $\quad +(-۷) = -۷$ $\quad -(-۱۰) =$ $\quad -(-(+۷)) =$

فعالیت

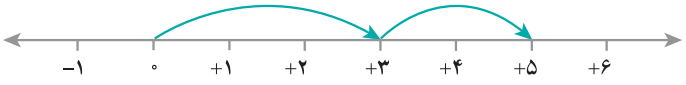
۱ــ مانند نمونه‌ها برای هر حرکت روی محور، یک عدد صحیح (مثبت، منفی یا صفر) بنویسید.



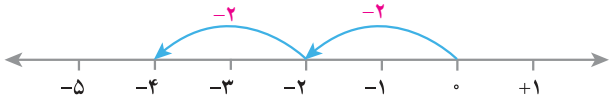
۲ــ وقتی دو حرکت پشت سرهم انجام می‌شود، می‌توانیم یک جمع بنویسیم. مانند نمونه برای هر حرکت یک جمع بنویسید.



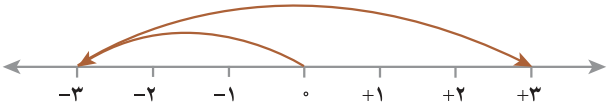
$(+۴) + (-۲) = (\quad)$



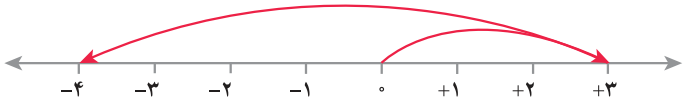
$(\quad) + (\quad) = (\quad)$



$(\quad) + (\quad) = (\quad)$



$(\quad) + (\quad) = (\quad)$



$(\quad) + (\quad) = (\quad)$

۳ــ عبارت $(+۲) - (+۴)$ را می‌توانید به‌صورت تفریقی که در دورهٔ ابتدایی می‌نوشتید، تبدیل کنید؛ یعنی: $(+۴) - (+۲) = ۴-۲$

تفریق را هم می‌توانیم به‌صورت جمع عددهای صحیح بنویسیم؛ مانند: $۴-۲ = ۴+(-۲)$

مانند نمونه‌ها تساوی‌ها را کامل کنید.

$-۷ - ۴ = -۷ + (-۴)$ $\quad ۸-۵ =$ $\quad -۵-(-۳) = -۵ + (-(-۳)) =$

$۷-۱۱ =$ $\quad -۴-(-۵) =$ $\quad -۵-۶ =$

کار در کلاس

ابتدا تفریق‌ها را به جمع تبدیل کنید، سپس در دفتر خود برای هر جمع، یک محور رسم کنید و به کمک آن حاصل را به دست آورید.

$-۳-۱ =$ $\quad -۸-(+۵) =$ $\quad -۴+(+۷) =$ $\quad ۸+(-۵) =$

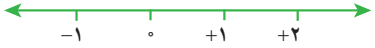
فعالیت

۱ــ جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به‌دست آورید. ابتدا تفریق‌ها را به‌صورت جمع بنویسید.

$۰ + (-۴) =$



$(+۲) + ۰ =$



$۲ - ۰ =$



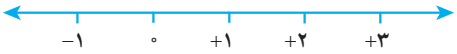
$-۳ - ۰ =$



$۰ + (-۲) =$



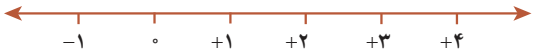
$۰ - (-۳) =$



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲ــ جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به‌دست آورید. ابتدا تفریق را به‌صورت جمع بنویسید.

$۴ - ۴ =$



$(+۵) + (-۵) =$



$-۳ + ۳ =$



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

تمرین

۱ــ عددها را با هم مقایسه کنید.

$۰ \bigcirc -۱۴$ ، $-۲۷ \bigcirc ۱$ ، $-۴ \bigcirc -۸$

$+(-۸) \bigcirc -(+۸)$ ، $+۷ \bigcirc ۷$ ، $-۱۰۰ \bigcirc -۱$

۲ــ مانند نمونه، گستردهٔ عددها را بنویسید و به جمع تبدیل کنید.

$-۱۰۸۱ =$

$-۲۳۷ = -۲۰۰ - ۳۰ - ۷ = -۲۰۰ + (-۳۰) + (-۷)$

$۴۳۵ =$

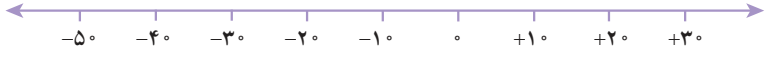
$-۲۰۴۰ =$

۳ــ عدد قبل و بعد هر یک از عددها را بنویسید.

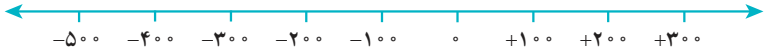
____ و ۱۷۱- و ____ ، ____ و ۵- و ____ ، ____ و ۴۳۱ و ____

۴ــ عددها را به‌طور تقریبی روی محور نشان دهید.

۲۲ و ۳۱- و ۲۷- و ۱۵- و ۵



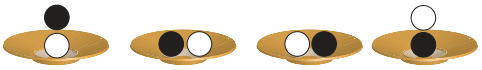
۲۲- و ۲۷۵+ و ۱۵۰- و ۸۰- و ۲۵



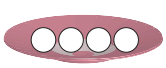
جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

فعالیت

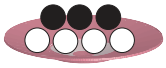
۱ــ اگر هر دایرهٔ سفید (○) نشان‌دهندهٔ ۱+ و هر دایرهٔ سیاه (●) نشان‌دهندهٔ ۱− باشد، وقتی مانند شکل زیر آنها را روی هم و داخل یک ظرف می‌ریزیم (به عبارت دیگر باهم جمع می‌کنیم)، حاصل آن چقدر می‌شود؟ چرا؟



۲ــ با توجه به تعریف دایره‌های سیاه و سفید مشخص کنید هر شکل چه عددی را نشان می‌دهد؟


(۱)

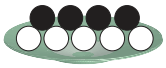

(۲)


(۳)

برای شکل سوم یک عبارت جمع بنویسید.

_____ + _____ = _____

۳ــ مانند نمونه، حاصل جمع و تفریق‌ها را با این روش پیدا کنید. فراموش نکنید که ابتدا باید تفریق را به جمع تبدیل کنید.



$-۴-(-۵)=-۴+\overbrace{(-(-۵))}^{+۵}=-۴+۵=+۱$

$۵+(-۶)=$

$-۶+۵=$

$-۴-(+۳)=$

$-۸-۲=$

۴ــ علاوه بر این روش، پیدا کردن حاصل جمع و تفریق با محور را نیز آموخته‌اید.

اکنون با یکی از این دو روش، حاصل را به دست آورید. مانند نمونه برای هرکدام نتیجه را بنویسید.

$(+۲)+۴=$

$۵+۱=$

$(+۳)+(+۲)=$

نتیجه : *اگر هر دو عدد مثبت باشند، حاصل جمع آنها مثل جمع دو عدد طبیعی است.*

$-۳-۴=-۳+(-۴)$

$-۴-(+۱)=$

$(-۴)+(-۲)=$

نتیجه : اگر هر دو عدد منفی باشند، _____

کار در کلاس

حاصل جمع و تفریق‌ها را به‌دست آورید.

$(+۱۰۰)+۲۰۰=$ $\quad$ $(+۱۰)+(+۲۰)=$ $\quad$ $(+۴)+(+۶)=$

$-۸-۳=$ $\quad$ $(-۴)-(+۶)=$ $\quad$ $-۶+(-۷)=$

$(-۴۰)-(+۳۰)=$ $\quad$ $-۲۰۰+(-۴۰۰)=$ $\quad$ $(-۴۰)+(-۸)=$

$-۹-۱۰=$ $\quad$ $-۷۰-۱۰=$ $\quad$ $-۸۰-۵=$

فعالیت

در هر قسمت حاصل جمع و تفریق‌ها را به هر روشی که می‌شناسید، به‌دست آورید و نتیجه را بنویسید.

$۴+(-۲)=$ $\qquad$ $(+۵)+(-۳)=$

$۶-۳=$ $\qquad$ $-۴+(+۵)=$

$-۳+۷=$

نتیجه : *اگر در جمع دو عدد صحیح، یکی از دو عدد، مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظرگرفتن علامت‌ها مقدار مثبت بیشتر باشد،*

$۴+(-۶)=$ $\qquad$ $(+۵)+(-۸)=$

$۷-۹=$ $\qquad$ $۵-(+۷)=$

نتیجه : *اگر در جمع دو عدد، یکی از دو عدد، مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظرگرفتن علامت‌ها مقدار عدد منفی بیشتر باشد*

کار در کلاس

با توجه به نتایج بالا حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$(+۹)-(+۷)=$ $\qquad$ $(+۵)+(-۲)=$

$-۳+۹=$ $\qquad$ $-۱۰-(-۲۰)=$

$-۱۸+۱۰=$ $\qquad$ $۸۰-۳۰=$

$(+۱۰)-(-۲۰)=$ $\qquad$ $(+۵)+(-۷)=$

$-۲۰۰+۱۰۰=$ $\qquad$ $(-۸)-(-۴)=$

$-۴۰+(+۱۰)=$ $\qquad$ $-۲۰+۱۰=$

تمرین

۱ــ عددها را از کوچک‌تر به بزرگ‌تر و از چپ به راست مرتب کنید.

۲۳ – و ۱۲ و ۳۴– و ۵– و ۰ و ۴۵ و ۱۵– و ۵ و ۱– و ۲

پاسخ مسئله‌های زیر را در دفترتان بنویسید.

۲ــ طبقهٔ همکف یک ساختمان را با صفر و طبقه‌های بالای همکف را با عددهای مثبت و طبقه‌های زیر همکف را با عددهای منفی

نشان می‌دهیم. حال مسئلهٔ زیر را حل کنید.

شخصی در طبقهٔ ۵+ سوار آسانسور (آسان‌بر)[1] شد. او ابتدا ۳ طبقه بالا رفت و پس از انجام کاری ۶ طبقه به پایین آمد و دوباره برای خرید چای ۲ طبقه پایین رفت و در همان طبقه هزینه‌های خرید خود را حساب کرد. سپس دوباره ۲ طبقه پایین رفت و در توقفگاه، سوار ماشین خود شد. ماشین این شخص در کدام طبقه بوده است؟

۳ــ هواشناسی و پیش‌بینی وضعیت هوا یکی از مشاغلی است که علاوه بر دانش جغرافی به ریاضیات و به‌خصوص درس آمار و احتمال احتیاج دارد. کارشناس هواشناسی در اخبار ساعت ۹ شب اعلام کرد با ورود سامانهٔ پرفشار، دمای هوا در شهر اردبیل در حدود ۱۰ درجه سردتر می‌شود. در انتهای خبر، دمای هوای شهرهای مختلف توسط زیرنویس اعلام شد. دمای هوای اردبیل درحال حاضر ۳ درجه بالای صفر است. پس از ورود این سامانه دمای هوای اردبیل چند درجه خواهد شد؟

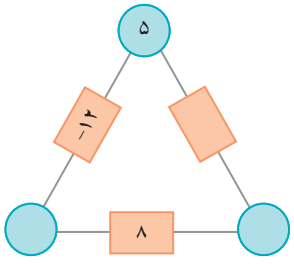


۴ــ دمای شهرهای کرمان، سنندج و یاسوج به ترتیب ۱۱ درجه بالای صفر، ۶ درجه زیر صفر و ۱۰ درجه زیر صفر است. سنندج چند درجه از کرمان سردتر است؟ یاسوج چند درجه از سنندج سردتر است؟

۵ــ در جای خالی، عدد مناسب بنویسید.

$-4+\square=-8$	$-10+\square=15$	$-8+\square=-10$
$10+\square=-5$	$10+\square=15$	$10+\square=-20$
$2-\square=-8$	$-3-\square=+5$	$-4-\square=-8$
$-6+\square=15$	$4-\square=-8$	$4-\square=10$

۶ــ در مثلث مقابل، عدد روی هر ضلع، از مجموع عددهای دو رأس به دست می‌آید. جاهای خالی را کامل کنید.



۷ــ حاصل عبارت‌ها را به‌دست آورید.

$-14+20=$	$-16+15=$	$-8-4=$	$10-(-4)=$
$10-20=$	$10-6=$	$-10-(+5)=$	$-10-(-5)=$
$-10-(-20)=$	$10-(-5)=$	$10-(+5)=$	$-10-(+20)=$

۱ــ مصوب فرهنگستان به‌عنوان معادل Elevator, Ascenseur

جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

فعالیت

۱ــ مانند نمونه، جمع و تفریق دو عدد دورقمی را به جمع و تفریق عددهای یک‌رقمی تبدیل کنید.

سپس با توجه به جدول، حاصل را به یک جمع تبدیل کنید.

	یکان	دهگان
	۴	۳
−	۷	۲

$$۳۰ + ۴$$
$$-۲۰ + (-۷)$$
$$۱۰ + (-۳) = ۱۰ - ۳ = ۷$$

	ی	د
	۲	۴
+	۱	۵

	ی	د
	۷	۱
−	۴	۲

	ی	د
	۷	۲
−	۹	۳

به همین ترتیب می‌توانید جمع و تفریق چند عدد دورقمی را انجام دهید.

$$-۴۰ + (-۳)$$
$$+۵۰ + ۱$$
$$-۳۰ + (-۴)$$

	ی	د
	۳	۴
+	۱	۵
−	۴	۳

	ی	د
	۷	۶
−	۳	۲
−	۱	۳

۲ــ حاصل عبارت‌های ردیف اول سؤال ۱ را به کمک ۴ قانونی که در درس قبل نتیجه گرفتید نیز پیدا کنید. روش کار را توضیح دهید.

$$۲۷ - ۳۹ =$$
$$-۱۷ - ۲۴ =$$
$$-۴۲ + ۵۱ =$$

کار در کلاس

حاصل عبارت‌ها را مانند نمونهٔ بالا انجام دهید.

	ی	د
	۳	۴
−	۵	۷

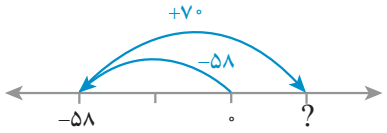
	ی	د
	۱	۸
+	۵	۳

	ی	د
	۴	۲
−	۹	۴

فعالیت

۱ــ در این نمونه به کمک محور و به صورت تقریبی محل جواب و علامت آن تعیین می‌شود و از روی حرکت پیکان (پیکانه)[1] می‌توان روش محاسبه را حدس زد. با توجه به شکل، حاصل، مثبت و جواب ۱۲= ۵۸−۷۰ است.

$-۵۸ + ۷۰ =$



اکنون حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. برای هر کدام یک محور و حرکت تقریبی رسم کنید.

$-۴۳ - ۴۵ =$

$-۸۱ + (-۵۷) =$

$۶۵ - ۷۳ =$

۲ــ حاصل هر عبارت را به کمک ماشین‌حساب به‌دست آورید و درستی پاسخ‌های خود را بررسی کنید.

برای منفی کردن عددها از کلید ⁺⁄₋ استفاده کنید. این کلید عدد روی صفحه را قرینه می‌کند. برای وارد کردن عدد ۴۳− دکمه‌ها را به‌ترتیب از چپ به راست وارد کنید.

برای رسیدن به ۴۳− چه راه حل دیگری دارید؟





کار در کلاس

۱ــ بدون محاسبه کردن فقط تعیین کنید که حاصل عبارت، مثبت است یا منفی.

$۱۰۰ + (-۵۰) =$ $۱۰۰ - ۲۰۰ =$ $-۴۰ - ۹۰ =$ $-۸۰ + ۱۳۰ =$

۲ــ حاصل عبارت‌ها را مانند نمونه به‌صورت تقریبی به‌دست آورید.

$-۴۷۱ + ۱۸۲ \simeq$ $-۱۳۷ + ۲۷۱ \simeq -۱۰۰ + ۳۰۰ = ۲۰۰$

$-۴۷۱ - ۲۱۱ \simeq$ $۵۰۲ - ۷۹۴ \simeq$

۳ــ حاصل دقیق عبارت‌های بالا را با ماشین‌حساب به‌دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

۱ــ مصوب فرهنگستان به‌عنوان معادل Arrow , Fleche

تمرین

۱ــ حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

ی	د	ص
۱	۳	۳
۷	۵	۲

−

ی	د	ص
۵	۲	۱
۱	۳	۲

−
+

ی	د	ص
۴	۲	۱
۷	۳	۲

−

۲ــ یک زیردریایی ۴۵۰متر پایین‌تر از سطح دریا قرار دارد. زیردریایی دیگری ۱۵۰متر بالاتر از آن است. موقعیت زیردریایی دوم نسبت به سطح دریا را با یک عدد علامت‌دار نشان دهید.



۳ــ از هر روشی که می‌خواهید حاصل را به‌دست آورید.

$(-۱۳)+((-۹)+۱۷) =$

$(-۷)+((-۴)+(-۵)) =$

$(-۱۷)+(-۳۶) =$

$۱۳۶-۲۶۰ =$

$۱۲+۱۵-۷ =$

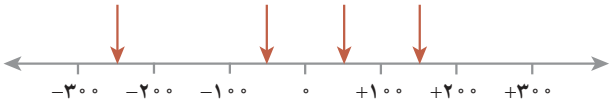
$(-۳۷)-(-۸) =$

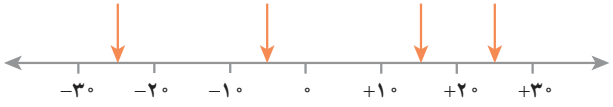
$۱۷-۲۵-۱۲ =$

$۱۵-۹-۸ =$

۴ــ ساختمانی از ۷ طبقه روی همکف و ۳ طبقه زیر همکف تشکیل شده است. احمد در طبقهٔ ۲− است. او ابتدا ۳ طبقه بالا رفت؛ بعد۲ طبقه پایین آمد و از آنجا ۵ طبقه بالا رفت. احمد هم‌اکنون در کدام طبقه است؟

۵ــ نقاط مشخص‌شده به‌طور تقریبی چه عددی را نشان می‌دهند؟





۶ــ حاصل عبارت‌های زیر را به‌صورت تقریبی به‌دست آورید.

$-۸۳-۴۸ \simeq$

$-۷۱+۵۹ \simeq$

$۳۷-۷۱ \simeq$

$-۴۱+۳۷-۸۲ \simeq$

حاصل هر عبارت بالا را با ماشین‌حساب به‌دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

۷ــ جاهای خالی را کامل کنید.

−۸		۴
	۰	
−۲		۵

−۴

	۳	
۶		−۷
	۴	

−۱۰

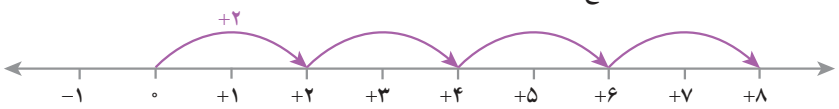
+۵

۵
−۸

ضرب و تقسیم عددهای صحیح

فعالیت

۱ــ به کمک محور و حرکت انجام‌شده روی آن، یک عبارت جمع و یک عبارت ضرب بنویسید و حاصل را به‌دست آورید.



____ + ____ + ____ + ____ = ____

____ × ____ = ____



____ + ____ = ____

____ × ____ = ____

۲ــ به الگوهای عددی زیر توجه کنید. پس از این‌که رابطهٔ بین عددها را پیدا کردید، جملات زیر هرکدام را کامل کنید؛ سپس بقیهٔ هر الگو را بنویسید.

$۴\times(-۳)=-۱۲$	$+۳$
$۳\times(-۳)=-۹$	$+۳$
$۲\times(-۳)=-۶$	$+۳$
$۱\times(-۳)=-۳$	$+۳$
$۰\times(-۳)=۰$	
$-۱\times(-۳)=۳$	
$-۲\times(-۳)=۶$	
$-۳\times(-۳)=۹$	
$-۴\times(-۳)=۱۲$	

حاصل ضرب‌ها ____ اضافه می‌شوند.

$۴\times۴=۱۶$	-۴
$۳\times۴=۱۲$	-۴
$۲\times۴=۸$	-۴
$۱\times۴=۴$	-۴
$۰\times۴=۰$	
$-۱\times۴=-۴$	
$-۲\times۴=-۸$	
$-۳\times۴=-۱۲$	
$-۴\times۴=-۱۶$	

حاصل ضرب‌ها ____ کم می‌شوند.

با توجه به الگویی که کشف کرده‌اید، جدول ضرب مقابل را کامل کنید.

×	−۴	−۳	−۲	−۱	۰	۱	۲	۳	۴
۴					۰	۴	۸	۱۲	۱۶
۳					۰	۳	۶	۹	۱۲
۲					۰	۲	۴	۶	۸
۱					۰	۱	۲	۳	۴
۰					۰	۰	۰	۰	۰
−۱									
−۲									
−۳									
−۴									

کار در کلاس

با توجه به فعالیت بالا جدول مقابل را کامل کنید.

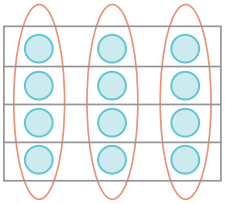
×	+	−
+		
−		

به کمک آن حاصل‌ضرب‌ها را بنویسید.

$-۷\times۵=$ $(-۶)\times(-۷)=$ $(+۵)\times(-۳)=$ $-۴\times(-۸)=$

فعالیت

۱ــ در دورهٔ دبستان برای نشان‌دادن ضرب و تقسیم عددها، از شکلی مانند نمونهٔ زیر استفاده می‌کردید.



$۱۲ \div ۴ = ۳$ $\quad ۳ \times ۴ = ۱۲$

$۱۲ \div ۳ = ۴$ $\quad ۴ \times ۳ = ۱۲$

ضرب‌های زیر را ابتدا با محور نشان دهید؛ سپس تقسیم‌های متناظرشان را بنویسید.

$(+۶) \times (-۲) = (-۱۲)$ $\quad (+۴) \times (-۳) = (-۱۲)$

$(+۲) \times (-۴) = (-۸)$ $\quad (+۳) \times (-۵) = (-۱۵)$

بدون استفاده از محور برای هر یک از ضرب‌های فوق تقسیم دیگری بنویسید.

۲ــ با توجه به تقسیم‌های بالا جدول زیر را برای تقسیم دو عدد، کامل کنید و حاصل تقسیم‌ها را به‌دست آورید.

÷	+	−
+		
−		

$(+۲۱) \div (-۳) =$ $\quad (-۱۲) \div (+۲) =$

$(+۲۱) \div (+۷) =$ $\quad (-۱۴) \div (-۷) =$

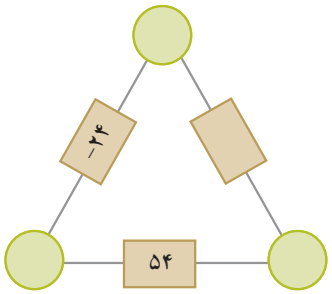
کار در کلاس

۱ــ حاصل عبارت‌ها را به‌دست آورید.

$(-۲) \div (+۳) \times -۴ =$ $\quad (+۸) \div (-۴) \times (-۲) =$

$(+۳) \times ((-۴) \div ۲۸) =$ $\quad (-۱۴ \div (+۷)) \times (-۳) =$

۲ــ حاصل ضرب عددهای روی رأس‌های مثلث، روی هر ضلع نوشته شده است.
جاهای خالی را کامل کنید.



۳ــ الگوهای عددی را کامل کنید.

____ و ____ و ____ و ____ و ۹ و ۶ و ۳ و ۰ و ۳− و ____ و ____ و ____

____ و ____ و ____ و ____ و ۵ و ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ و ____ و ____ و ____

تمرین

۱ــ جملات زیر را کامل کنید.

* اگر حاصل‌ضرب یک عدد طبیعی در یک عدد صحیح، منفی شود، آن عدد صحیح ـــــ است.

* اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح بر هم عددی منفی شود، یکی از آن عددهای صحیح ـــــ و دیگری ـــــ است.

* اگر ضرب دو عدد صحیح، صفر شود، حداقل یکی از آنها ـــــ است.

* اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح، مثبت باشد، ضرب آن دو عدد صحیح ـــــ است.

۲ــ بدون محاسبه مشخص کنید که حاصل عبارت، مثبت است یا منفی.

$(-۲۷+۵۰)\times(-۴۰+۲۰) =$ $\qquad$ $(-۴۱-۸۰)\times(-۵۰+۶۰) =$

$(-۸\div ۴)\times(-۲\times ۳) =$ $\qquad$ $(-۸۰-۴۰)\times(-۴۰\div ۵) =$

۳ــ در جاهای خالی، عدد مناسب بنویسید.

$(+۱۰۰)\div$ $\quad = -۲۰$ $\qquad$ $-۴۰۰\div$ $\quad = -۸۰$ $\qquad$ $(-۲۰۰)\div$ $\quad = ۲۰$

$-۱۰۰\div$ $\quad = ۲۰$ $\qquad$ $-۸\times$ $\quad = ۸۰$ $\qquad$ $۲۰\div$ $\quad = -۴$

۴ــ همهٔ عددهای صحیح ممکن را که می‌توانند به‌جای ▲ و ■ قرار بگیرند، بنویسید. $\blacksquare \times \blacktriangle = -۱۲$

۵ــ حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

$((+۲)+(-۷))\div(-۵) =$ $\qquad$ $((-۲)+(+۳))\times(-۵) =$

$-۵\times(-۴-(-۳)) =$ $\qquad$ $(-۵-۴)\times(-۶) =$

۶ــ قطاری از مشهد به‌سوی تهران در حرکت است. طول مسیر ۱۲۰۰ کیلومتر است و قطار در هر ساعت ۶۰ کیلومتر حرکت می‌کند. شهر شاهرود را که در نیمهٔ راه است، مبدأ مقایسه در نظر بگیرید. زمان رسیدن به شاهرود را صفر و قبل از آن را منفی و بعد از آن را مثبت در نظر بگیرید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:



قطارچه ساعتی از مشهد حرکت کرده است؟

چه ساعتی به تهران می‌رسد؟

قطار در ساعت ۳- در چه فاصله‌ای از شاهرود بوده است؟

در چه ساعتی ۲۴۰ کیلومتر بعد از شاهرود است؟

جدول زیر را کامل کنید.

زمان (برحسب ساعت)	-۱۰	-۸	-۶	-۴	-۲	۰	۲	۴	۶	۸	۱۰
مکان قطارنسبت به شاهرود	-۶۰۰	-۴۸۰									

مرور فصل ۲

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل، اصطلاحات زیر به‌کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید. برای هر کدام یک مثال بزنید.

- عدد علامت‌دار
- عدد صحیح
- قرینهٔ عدد
- گستردهٔ عدد صحیح

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هرکدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصهٔ درس تهیه کنید.

- قراردادی برای جهت‌های مثبت و منفی
- محور عددهای صحیح و مرتّب کردن عددهای صحیح (مثبت ــ صفر ــ منفی)
- قرینهٔ قرینهٔ یک عدد صحیح
- هر عدد صحیح مثبت، عددی طبیعی است.
- تبدیل تفریق به جمع
- جمع و تفریق روی محور
- جمع و تفریق با دایره‌های سیاه و سفید
- مقایسه و مرتب کردن عددهای صحیح
- جمع و تفریق دوعدد صحیح
- تعیین علامت در ضرب و تقسیم
- ضرب و تقسیم دوعدد صحیح
- انجام عملیات عددهای صحیح به صورت ذهنی
- انجام عملیات عددهای صحیح به‌صورت تقریبی و با ماشین‌حساب
- حل مسائل مربوط به عددهای صحیح

کاربرد

کاربرد این درس را در فصل‌های بعد نیز خواهید دید. در فصل عبارت جبری، ساده کردن عبارت‌های جبری به محاسبهٔ عددهای صحیح تبدیل می‌شود.

این درس در زندگی روزمره برای نشان دادن عددهای علامت‌دار مثل درجهٔ هوا، ارتفاع نسبت به سطح دریا و ... کاربرد دارد. شما می‌توانید کاربردهای دیگری برای آن پیدا کنید؟

تمرین‌های ترکیبی

درصورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به‌خوبی آموخته‌اید.

۱ــ حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

$-۸-(-۴) =$ $\qquad$ $(-۱۸\div۲)\times(-۳-۷)+(-۶) =$

$-۱۰۰+۲۰-۴ =$ $\qquad$ $-۲۰+۵ =$ $\qquad$ $-۱۶-(+۴) =$

۲ــ دمای هوا در تبریز دو درجه زیر صفر و دمای اردبیل ۳ برابر آن است. میانگین دمای این دو شهر چند درجه است؟



فصل ۳

جبر و معادله

تبدیل مسائل زندگی روزمره به عبارت‌ها و معادله‌های ریاضی را مدل‌سازی می‌گویند. برای مثال هزینهٔ کرایهٔ یک اتوبوس عبارت است از یک قیمت ثابت برای ۳ ساعت اول و یک قیمت برای هر ساعت اضافه بعد از ۳ ساعت؛ بنابراین می‌توان هزینهٔ اتوبوس را به‌صورت یک عبارت جبری به‌صورت $C = a+nb$ نمایش داد. حروف C، a، b و n به چه معنی هستند؟

- **الگوهای عددی**
- **عبارت‌های جبری**
- **مقدار عددی یک عبارت جبری**
- **معادله**

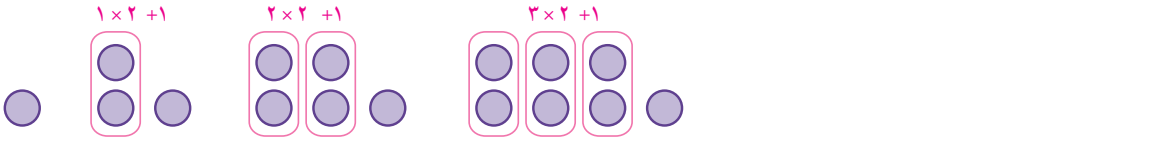
فعالیت

۱ــ یک تشک کشتی به شکل مربع است. جدول زیر را کامل کنید.

اندازهٔ ضلع تشک	۴	۶/۵	$۵\frac{۱}{۳}$			a
محیط تشک				۳۲	۲۰	



۲ــ اکنون با توجه به شکل‌های زیر و الگویی که مشاهده می‌کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.

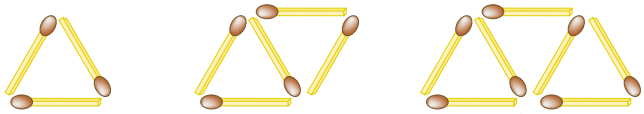


(۱) (۲) (۳) (۴) (۵) (۶)

شمارهٔ شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...	n
تعداد دایره								

۳ــ شکل‌های زیر با چوب‌کبریت درست شده‌اند و به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کنند. با توجه به الگوی آنها جدول را کامل کنید.

ابتدا شکل‌های چهارم و پنجم را رسم کنید.



(۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

شمارهٔ شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد چوب کبریت	۳	۵								

+۲

با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می‌کنید، توضیح دهید چه رابطه‌ای بین شمارهٔ شکل و تعداد چوب‌کبریت‌ها وجود دارد؟

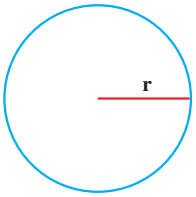
شکل nام چند چوب‌کبریت خواهد داشت؟ تعداد چوب‌کبریت‌ها را بر حسب n بنویسید.

حال با توجه به رابطه‌ای که به‌دست آورده‌اید، تعداد چوب‌کبریت‌های شکل بیستم را پیدا کنید.

در فعالیت بالا، محیط یک مربع به ضلع a، برابر با $۴a = a \times ۴$ است. حرف a یک متغیر نامیده می‌شود. در جبر، متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیرمشخص‌اند.

کار در کلاس

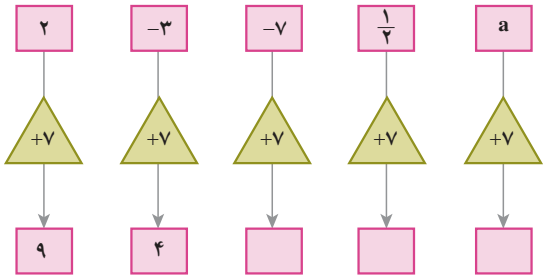
۱ــ در دبستان با محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.



مساحت $S=۳/۱۴ \times \_\_ \times \_\_$

محیط $P =$

۲ــ نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟

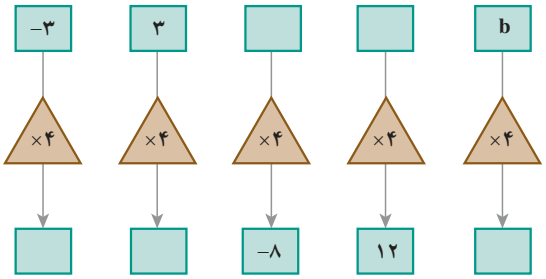


توضیح دهید : _____

_____

نمودارها را کامل کنید.

۳ــ این نمودارها چه کاری انجام می‌دهند؟



توضیح دهید : _____

_____

نمودارها را کامل کنید.

۴ــ جملهٔ nام الگوهای عددی را مانند نمونه بنویسید. ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

۲n و _____ و _____ و _____ و ۸ و ۶ و ۴ و ۲

_____ و _____ و _____ و _____ و ۲۰ و ۱۵ و ۱۰ و ۵

_____ و _____ و _____ و _____ و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳

_____ و _____ و _____ و _____ و ۷ و ۵ و ۳ و ۱

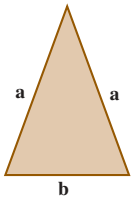
فعالیت

به کمک حروف و نوشتن عبارت‌های جبری، قوانینی را که تاکنون در ریاضی آموخته‌اید و با عبارت کلامی بیان می‌کردید، می‌توانید به‌صورت جبری بنویسید. برای مثال می‌دانیم عمل جمع، خاصیت جابه‌جایی دارد؛ یعنی $a + b = b + a$ است. حالا معنای هر تساوی را بیان کنید.

$a + ۰ = a$ $\quad$ $a \times b = b \times a$ $\quad$ $۱ \times a = a$

تمرین

۱ــ در مثلث متساوی‌الساقین مقابل، اندازهٔ ساق را با a و قاعده را با b نشان می‌دهیم.

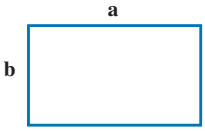


الف) چرا هر دو ساق را با a نشان می‌دهیم؟

ب) محیط مثلث را به‌دست آورید.

محیط = P = _____+_____+_____

ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید.



مساحت = S = _____ × _____

۲ــ هزینهٔ چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می‌شود : ۳۰۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰۰۰ تومان برای هر کارت. هزینهٔ چاپ n کارت چقدر می‌شود؟



۳ــ حمید هر روز چند صفحه قرآن می‌خواند. اگر n تعداد صفحاتی باشد که حمید در یک روز می‌خواند، تعداد صفحاتی را که او در یک هفته می‌خواند، با یک عبارت جبری نشان دهید.

۴ــ هیئت مدیره مجتمع فرهنگی اردویی شهید باهنر تهران رابطه‌ای را برای نحوهٔ تعیین هزینه اردوهای دانش‌آموزی در این مرکز تعیین کرد. در این رابطه هزینه ورودی a تومان و به‌ازای هر دانش‌آموز b تومان دریافت می‌شود. اگر مدرسه‌ای n دانش‌آموز به اردوگاه بیاورد، هزینه‌اش از چه رابطه‌ای به‌دست می‌آید؟

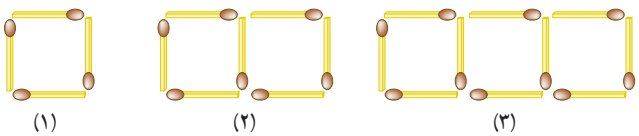
در سال تحصیلی ۱۴۰۳ــ۱۴۰۲ قیمت ورودی مدرسه ۳۰۰۰۰۰ تومان و هزینه هر دانش‌آموز ۳۰۰۰۰ تومان است، در این‌صورت رابطه محاسبه هزینه در این سال تحصیلی را بنویسید.

۵ــ جملهٔ nام الگوهای زیر را بنویسید.

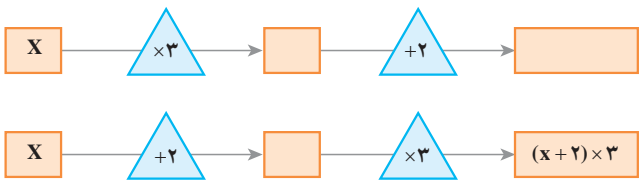
$\ldots$ و $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۲}$ و ۱

$\ldots$ و ۱۶ و ۱۲ و ۸ و ۴

۶ــ شکل nام چند چوب کبریت خواهد داشت؟



۷ــ اگر عدد x وارد نمودارهای روبه‌رو شود، چه عددی خارج خواهد شد؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.



فعالیت

۱ــ محیط مربع مقابل را به‌دست آورید.



P = ____+____+____+____

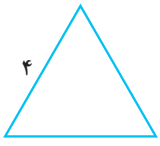
در درس قبل محیط مربع به‌صورت ۴a نوشته شده است؛ درستی این تساوی را توضیح دهید.

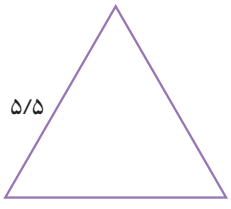
a+a+a+a=۴a

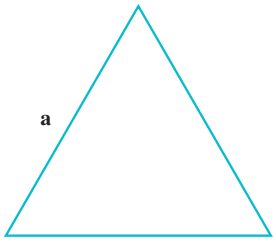
۲ــ محیط مثلث متساوی‌الاضلاع را به دو صورت به‌دست آورید.



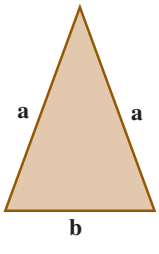
۲+۲+۲ = ۳× ۲



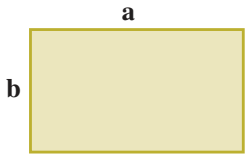




۳ــ حالا محیط مثلث متساوی‌الساقین و مستطیل را به‌دست آورید.



P =____+____+____ =



P = ____+____ +____ + ____ =

آیا می‌توانیم a را با a جمع کنیم؟ چرا؟ _____

آیا می‌توانیم a را با b جمع کنیم و با یک جمله نشان دهیم؟ چرا؟ _____

یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد، متغیر و عمل‌هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. در زیر نمونه‌هایی از عبارت‌های جبری آورده شده است:

$۳x-۷$ $۵z$ $m \times ۵n$ $۴+\frac{p}{q}$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت «.» یا پرانتز برای نشان دادن عمل ضرب استفاده می‌کنند و از نماد «×» پرهیز می‌شود؛ زیرا ممکن است علامت ضرب با نماد انگلیسی «x» به‌عنوان یک متغیر، اشتباه شود. در زیر حاصل ضرب دو متغیر x و y را به‌صورت‌های مختلف نمایش داده‌ایم که همگی آنها، یکسان‌اند و هیچ فرقی با یکدیگر ندارند:

xy ، x.y ، x(y) ، (x)y ، (x) (y)

فعالیت

۱ــ در بعضی از کشورها میوه را به‌صورت دانه‌ای می‌فروشند. اگر قیمت هر سیب را با a و قیمت هر گلابی را با b نشان دهیم، موارد زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

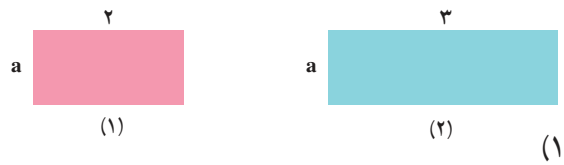
قیمت ۵ سیب: قیمت ۷ گلابی: قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی:

اگر فردی از میوه‌فروشی در یک روز ۳ سیب و در روز بعد ۲ سیب و ۴ گلابی خریده باشد، مجموع هزینهٔ این دو خرید چقدر می‌شود؟

هزینه = _____ + _____ =

خریداول خریددوم

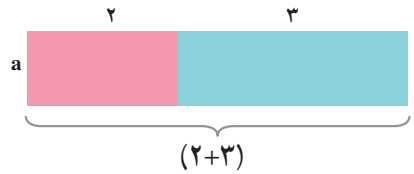
۲ــ الف) مساحت هر دو مستطیل را با عبارت جبری نشان دهید.



مساحت مستطیل (۱) $= S_1$ مساحت مستطیل (۲) $= S_2$

$S = S_1 + S_2 =$ _____ + _____

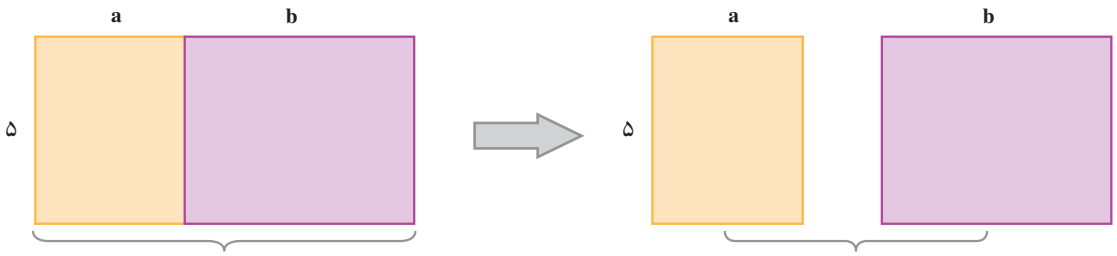
ب) دو مستطیل را کنار هم گذاشته‌ایم. توضیح دهید مساحت این شکل چگونه به‌دست آمده است؟



$S = (۲+۳)a$

ج) پاسخ‌های الف و ب را با هم مقایسه کنید.

۳ــ مانند سؤال ۲برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.



توضیح دهید که با کمک تساوی بالا چگونه می‌توان یک عدد بیرون پرانتز را در جمله‌های آن ضرب کرد.

هر کدام از عبارت‌های ۲، a، ۳a، ۸b و ۵b یک **جمله** است. دو جملهٔ a و ۳a متشابهند؛ اما ۸b و ۳a **متشابه** نیستند. برای ساده کردن عبارت‌های جبری، فقط جمله‌های متشابه را درنظر می‌گیریم و آنها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم. البته در ساده کردن یک عبارت جبری، استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس‌های گذشته خوانده‌اید (مانند ضرب عددهای منفی در مثبت، منفی در منفی، مثبت در مثبت) باید رعایت شود. خاصیت جابه‌جایی اعمال جمع و ضرب، خاصیت شرکت‌پذیری ضرب و بی‌اثر بودن پرانتز در ضرب، $(ab)c$ ، $a(bc)$ از اهمیت زیادی برخوردار است.

کار در کلاس

حاصل عبارت‌های جبری زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$(۴n-۷)+(۷n+۴)=$ $(۳n+۱)+(۲n+۱)=۳n+۱+۲n+۱=۵n+۲$

$۷a+۶a-۲a+۳b=$ $۳a-۸b+۶a+۶b=$

$۲x-۴y+۷-۳x+۲y+۱=$ $۴x-۶y+۱-۳x+۲y+۷=$

در زیر شیوهٔ جمع کردن جملات متشابه در عبارت جبری مشخص شده است.

$۶x+۵y-۴x+۸y=(۶x-۴x)+(۵y+۸y)=(۶-۴)x+(۵+۸)y=۲x+۱۳y$

همچنین نحوهٔ ضرب کردن یک عدد در پرانتز مشخص شده است.

$-(۳x-۵y)=-۱\times ۳x-۱\times(-۵y)=-۳x+۵y$ $۳(۲x+۵y)=۳\times ۲x+۳\times ۵y=۶x+۱۵y$

توضیح دهید که چگونه از روی عددهای صحیح که در فصل دوم آموختید، برای ساده کردن عبارت‌های جبری استفاده می‌کنید.

تمرین

۱ــ عبارت‌های کلامی زیر را به عبارت جبری تبدیل کنید.

الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد ب) هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد

ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵ د) دو سوم محیط (P)

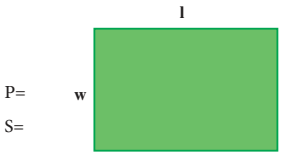


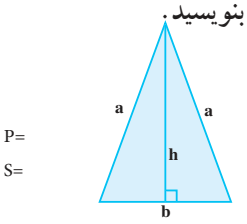
۲ــ فاطمه قصد دارد با جمع کردن پول خود یک چادر ملی که توسط بنیاد ملی مد و لباس اسلامی ــ ایرانی معرفی شده است، خریداری کند. قیمت این چادر $۵d+s$ است که در آن d قیمت یک متر چادر و s هزینهٔ دوخت چادر است. اگر چادر را متری ۱۵۰۰۰۰ تومان خریده باشد و هزینهٔ دوخت آن ۱۰۰۰۰۰ تومان باشد، پول چادر فاطمه چقدر می‌شود؟

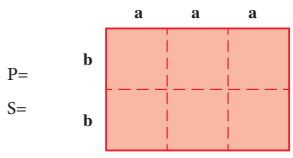
۳ــ عبارت‌های جبری زیر را به‌صورت کلامی توضیح دهید.

$۷x$ $a+۸$ $۴x-۷$

۴ــ محیط و مساحت شکل‌های زیر را به‌صورت جبری بنویسید.







۵ــ عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

۱) $۳a-۸+۷a+۶b$ ۲) $(۲x-۸)-(۳x+۷)$

۳) $۴(۲x-۱)+۳x-۷$ ۴) $۲x-۷-(۴x+۸)$

۵) $۶-۷e+۹h-۲h+۵e$ ۶) $۴(y+x+۲)-۸(x-y+۱)$

۶ــ کدام عبارت جبری زیر را می‌توان به‌صورت ساده‌تری نوشت؟ چرا؟

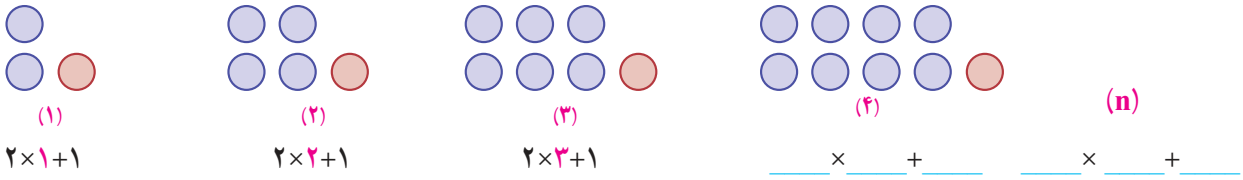
۱) $t+۵t$ ۲) $-u-۳v+۴$

۳) $۳z+۹y$ ۴) $۷m-۹n$

مقدار عددی یک عبارت جبری

فعالیت

۱ــ به شیوهٔ شمارش تعداد دایره‌ها توجه کنید. چه رابطه‌ای بین آن و شمارهٔ شکل‌ها وجود دارد؟



الف) تعداد دایره‌های شکل ۴ و شکل nام را بنویسید.

ب) با کمک عبارتی که برای جمله nام نوشته‌اید، تعداد دایره‌های شکل دهم را پیدا کنید.

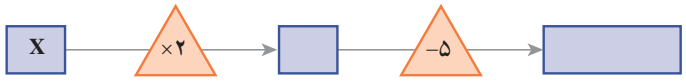
۲ــ اگر جملهٔ nام یک الگو ۳n−۵ باشد، جملهٔ چهارم و دهم را پیدا کنید.

۳ــ عبارت ۲n−۷ را به ازای عددهای داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید.

n	۱	۳	۰	۸	−۵	−۷	$\frac{۳}{۲}$
۲n−۷	۲×۱−۷=−۵						

۴ــ برای پیدا کردن محیط تشک کشتی رابطهٔ P = ۴a نوشته شده است. محیط یک تشک کشتی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

۵ــ در نمودار جبری زیر به جای x مقدار ۳ را قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت‌های جبری نمودار را کامل کنید.



۲x −۵
x = ۳
۲×۳ −۵ =

در یک عبارت جبری اگر به‌جای متغیر یا متغیرها، عدد یا عددهای معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت به‌دست می‌آید.

در انجام عملیات محاسبهٔ مقدار عبارت، ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته‌اید، رعایت کنید. در مثال زیر به نحوهٔ ساختن یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید.

a−(a−۲b) a =۵ ، b = ۳

۵ −(۵ −۲× ۳)=۵ − (۵−۶)= ۵ −(−۱)= ۵+۱ =۶

کار در کلاس

۱ــ حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $s = ۳$ ، $t = ۶$ محاسبه کرده‌اند؛ کدام‌یک پاسخ را درست به‌دست آورده است؟ دلیل خود را بنویسید.

$۳ (t + ۲۷ \div s)$

حسن : $۳ (۶ + ۲۷ \div ۳)$

$= ۳ \times (۳۳ \div ۳)$

$= ۳ \times ۱۱ = ۳۳$

حسین : $۳ (۶ + ۲۷ \div ۳)$

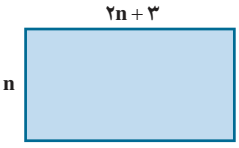
$= ۳ \times (۶ + ۹)$

$= ۳ \times ۱۵ = ۴۵$

۲ــ مقدار عددی عبارت را به ازای $a=۲$ به‌دست آورید.

$$\frac{۴a - ۱}{۱ + ۲a} =$$

۳ــ مستطیل مقابل را درنظر بگیرید.



الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید.

ب) اگر $n=۴$ باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

۴ــ مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=۳$ و $y=۴$ به‌دست آورید.

$x (y . y - ۸) \div ۱۲ =$

فعالیت

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x=۲$ و $y=۳$ پیدا کنید.

$۳ (۲x - ۳y) - ۵ (x - ۲y)$

$= ۳ (۲ \times ۲ - ۳ \times ۳) - ۵ (۲ - ۲ \times ۳)$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید؛ سپس مقدار آن را به ازای عددهای داده‌شده، پیدا کنید.

$۳ (۲x - ۳y) - ۵ (x - ۲y) =$

از مقایسهٔ جواب‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

تمرین

۱ــ سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد k جلد کتاب نو به مبلغ هر کدام ۷۰۰۰۰ تومان و s جلد کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام ۲۰۰۰۰ تومان خریده است.

الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید.

ب) اگر سارا ۳ کتاب نو و ۶ کتاب دست دوم خریده باشد، در مجموع چه مبلغی پرداخت کرده است؟



۲ــ کتابخانهٔ ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب‌های خطی و چاپی دانشمندان ایرانی در دوران باشکوه تمدن اسلامی (مخصوصاً کتاب‌های قرن‌های دوم تا هفتم هجری) را نگهداری می‌کند. اگر m نسخهٔ خطی و n نسخهٔ چاپی در این کتابخانه نگهداری شود و از هر نسخهٔ خطی ۲ میکروفیلم (ریزفیلم)[1] و از هر نسخهٔ چاپی یک میکروفیلم تهیه شده باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را با یک عبارت جبری نشان دهید.

اگر ۱۰۰۰ نسخهٔ خطی و ۵۰۰۰ نسخهٔ چاپی وجود داشته باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را پیدا کنید.

۳ــ مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عددهای داده‌شده به‌دست آورید.

$x=۸$ و $y=۱$ $\quad -۶x+y(x-y)$ $\quad n=-۴$ و $m=۳$ $\quad m+(n-۱)(n-۱)$

b	۳	-۳	۰	$-\frac{۱}{۲}$
$-۳b+۴$				

a	۲	-۵	$\frac{۳}{۴}$
$a+۷$			

۴ــ مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانش‌آموزان پایهٔ هفتم را برای بازدید از مناطق جنگی به شلمچه و هویزه اعزام کند. هزینهٔ بلیت قطار برای هر دانش‌آموز از تهران تا خرمشهر، ۳۳۰ هزار تومان است.

الف) هزینهٔ خرید بلیت برای a دانش‌آموز را به‌صورت یک عبارت جبری بنویسید.

ب) اگر مدرسه دارای ۱۲۰ دانش‌آموز در پایهٔ هفتم باشد، برای تهیهٔ بلیت قطار دانش‌آموزان چقدر باید بپردازند؟

۵ــ مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عددهای داده‌شده به‌دست آورید.

$\begin{cases} x=۱۷ \\ y=-۶ \end{cases}$ $\quad ۲(x-۳y+۱)-(۲x-۶y-۳)$ $\qquad$ $\begin{cases} x=۱۰ \\ y=۲۰ \end{cases}$ $\quad ۴x-۳y+۷x-۲(۲x-y+۳)$

۱ــ مصوب فرهنگستان به‌عنوان معادل Microfilm

معادله

فعالیت

۱ــ محیط مربعی ۱۲ متر است. طول ضلع آن چقدر است؟

در تساوی مقابل عدد ۱۲ را به‌جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟

$P = ۴a$

چه چیزی مجهول است و باید مقدار آن را به‌دست آورید؟

این مقدار از حل کدام رابطه به‌دست آمده است؟

۲ــ حالا می‌خواهیم ببینیم پاسخ رابطهٔ $۶n+۷=۳۷$ چیست؛ یعنی چه عددی به‌جای n درنظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برای این کار به‌جای n عددهای مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

n	۳	۴	۵	۶
$۶n + ۷ = ۳۷$	$۶\times۳+۷=۲۵\neq۳۷$			

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟

پاسخ معادله چیست؟

به یک تساوی جبری که به‌ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل می‌شود، «معادله» می‌گویند.

برای مثال $۴n=۱۲$ و $۶n + ۷=۳۷$ معادله‌اند. جواب‌های معادله همان عددهایی هستند که تساوی عددی را برقرار می‌کنند.

کار در کلاس

پاسخ معادله‌های زیر را با راهبرد حدس و آزمایش پیدا کنید.

$x.x = ۴$ $\quad$ $۵(x+۲) = ۴۰$ $\quad$ $۸x-۷ = ۱۷$

آیا حدس زدن و آزمایش کردن همیشه راه حل مناسبی است؟ چرا؟

فعالیت

۱ــ به دو طرف تساوی عددی زیر عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$۴ = ۴ \xrightarrow{-\frac{۲}{۳}}$ $۴ = ۴ \xrightarrow{+۱/۵}$ $۴ = ۴ \xrightarrow{-۷}$ $۴ = ۴ \xrightarrow{+۳}$

$۴+۳ \overset{?}{=} ۴+۳$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲ــ دو طرف تساوی زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$۸=۸ \xrightarrow{\times \frac{۳}{۴}}$ $۸=۸ \xrightarrow{\times ۱/۵}$ $۸=۸ \xrightarrow{\times (-۲)}$ $۸=۸ \xrightarrow{\times ۳}$

$۳\times ۸ = ۳ \times ۸$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳ــ توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجهٔ بالا استفاده شده است تا معادله حل شود.

$۲x - ۱ = ۷$

$\xrightarrow{+۱}$ $۲x - ۱ + ۱ = ۷ + ۱ \rightarrow ۲x = ۸$

$\xrightarrow{\times \frac{۱}{۲}}$ $\frac{۱}{۲} \times ۲x = ۸ \times \frac{۱}{۲} \rightarrow x = ۴$

مراحل حل معادلهٔ بالا را به صورت زیر نیز می‌توان خلاصه کرد.

$$۲x - ۱ = ۷ \rightarrow ۲x = ۷ + ۱ = ۸ \rightarrow x = \frac{۸}{۲} = ۴$$

کار در کلاس

معادله‌های زیر را حل کنید.

$۲x - ۴ = x$ $\qquad$ $۹ = ۴x - ۷$ $\qquad$ $-۸ = ۲x + ۴$

$۳+۴x = ۱۱$ $\qquad$ $x - ۶ = ۱۰$ $\qquad$ $۳x - ۴ = x$

فعالیت

همان‌طورکه در فصل اول کتاب بیان شد، راهبرد روش‌های نمادین، کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از حروف را آموخته‌اید، مسئلهٔ زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفشه داشت. او تعدادی از گل‌ها را در باغچه‌ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان شهر کاشت و در آخر هم ۴ گل اضافه آورد. او به‌طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

(انتخاب مجهول) خواستهٔ مسئله: x: تعداد بنفشه‌ها در هر متر مربع

تبدیل عبارت کلامی مسئله به تساوی جبری (تشکیل معادله):

(حل معادله):

تمرین

۱ــ معادله‌های زیر را حل کنید.

۱) $2x-3=-9$ ۲) $3x+5=14$ ۳) $3x-2=10$ ۴) $2x+7=1$

۵) $7+2x=-4$ ۶) $3x-1=10$ ۷) $2x-4=x$ ۸) $3x=6x-7$

۲ــ فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳ــ محسن برای خرید ۸ مداد ۴۰۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۸۰۰۰ تومان پس گرفت. قیمت هر مداد چند تومان بوده است؟



۴ــ از یک توپ پارچهٔ ۳۰ متری ۱۲ دست کت و شلوار دوخته شده و ۳/۶ متر هم باقی مانده است. برای هر دست کت و شلوار چند متر پارچه مصرف شده است؟

۵ــ آیا $x=2$ جواب معادلهٔ $\frac{x-1}{2}-\frac{x-1}{3}=\frac{1}{6}$ است؟ چرا؟

۶ــ آیا $x=-3$ جواب معادلهٔ $x.x-3x=0$ است؟ چرا؟



۷ــ احمد و بهمن ۳۶ جلد کتاب را صحافی کردند. احمد ۶ جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده است. هر کدام از آنها چند جلد کتاب صحافی کرده است؟

حل سه تمرین زیر برای همهٔ دانش‌آموزان الزامی نیست.

۸ــ سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن ۴۲- شود.

۹ــ دوعدد متوالی را به‌گونه‌ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر ۱۹ باشد.

۱۰ــ چهار عددصحیح فرد متوالی را به‌گونه‌ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد ۸۰- شود.

مرور فصل ۳

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل، اصطلاحات زیر به‌کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

● الگوی عددی ● عبارت جبری ● متغیر ● جملات متشابه ● معادله

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصهٔ درس بنویسید.

- نوشتن جملهٔ nام یک الگو
- تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری
- نوشتن محیط و مساحت شکل‌ها با عبارت جبری
- ساده کردن عبارت‌های درس با جمع و تفریق جملات متشابه
- ضرب عدد در پرانتز
- ساده کردن عبارت و سپس محاسبهٔ مقدار عبارت جبری
- پیدا کردن جواب معادله با حدس زدن
- تشکیل معادله و تبدیل مسئله‌های یک معادله
- پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری
- مفهوم معادله و جواب معادله
- روش حل معادله

کاربرد

مهم‌ترین کاربرد این درس، حل مسئله با کمک راهبرد روش‌های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوها و خاصیت‌ها و قوانین است. از این درس در فصل‌های بعدی استفادهٔ زیادی از جمله برای بیان رابطه‌های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید این فصل را به‌خوبی آموخته‌اید.

۱ــ مقدار عبارت جبری زیر را به ازای $x=-۱$ و $y=-۲$ پیدا کنید.

$$۳(۲x-y+۱)-۴x+y-۳-(۲x-y-۷)=$$

۲ــ معادلهٔ زیر را حل کنید.

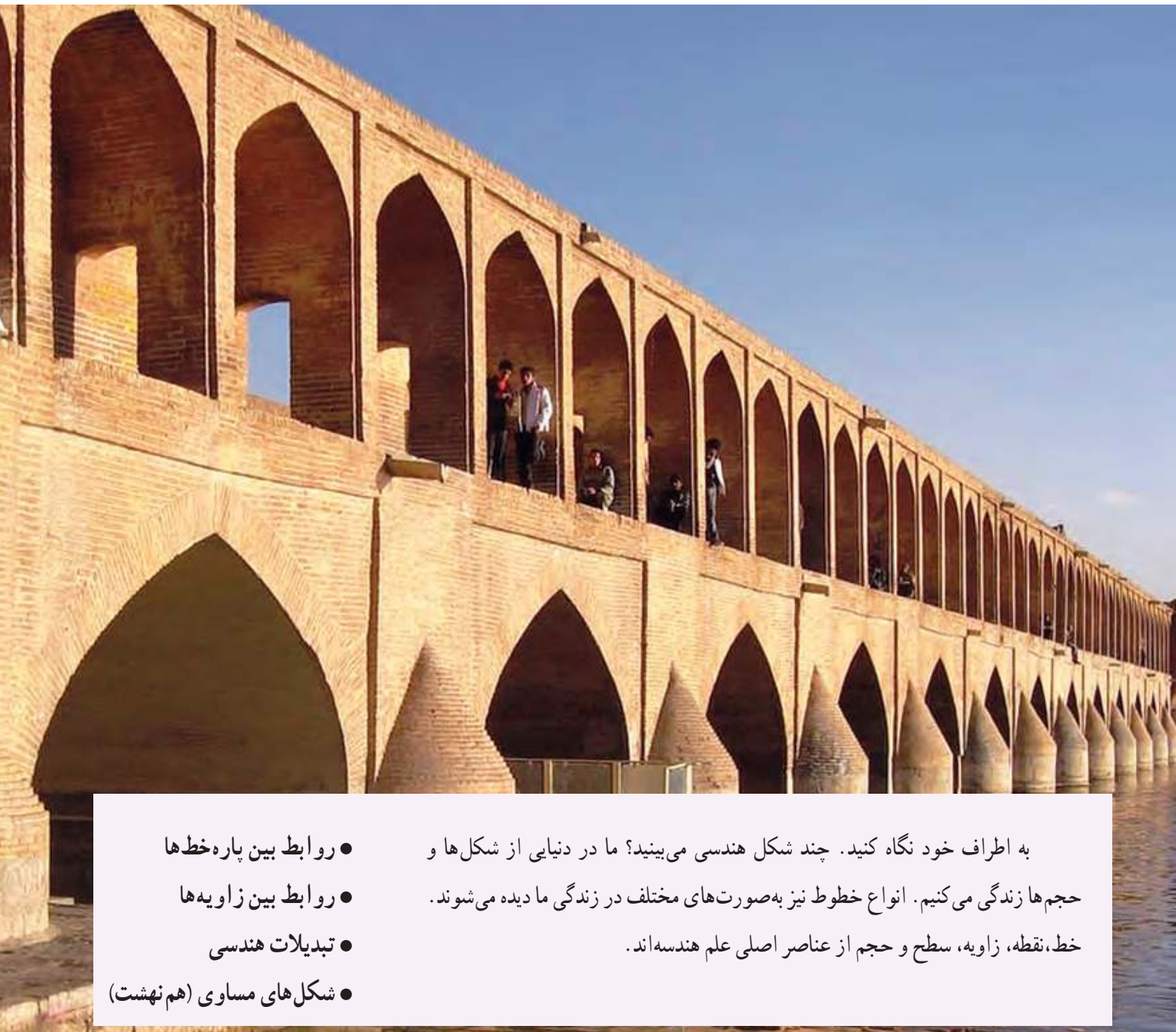
$$۲x-۳x+۲(x+۲)=۱۴$$

۳ــ شخصی با سوزاندن ۳۵۰۰ کالری، ۰/۴۵ کیلوگرم از وزنش را کم می‌کند. میزان کالری‌ای که فرد باید در هر روز بسوزاند تا در ۲ هفته ۱/۸ کیلوگرم از وزنش کم شود، چقدر است؟

۴ــ یک مسئله بنویسید که متناظر با معادلهٔ مقابل باشد. $۲x-۱=۷$



فصل ۴ هندسه و استدلال



به اطراف خود نگاه کنید. چند شکل هندسی می‌بینید؟ ما در دنیایی از شکل‌ها و حجم‌ها زندگی می‌کنیم. انواع خطوط نیز به‌صورت‌های مختلف در زندگی ما دیده می‌شوند. خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم از عناصر اصلی علم هندسه‌اند.

- **روابط بین پاره‌خط‌ها**
- **روابط بین زاویه‌ها**
- **تبدیلات هندسی**
- **شکل‌های مساوی (هم‌نهشت)**

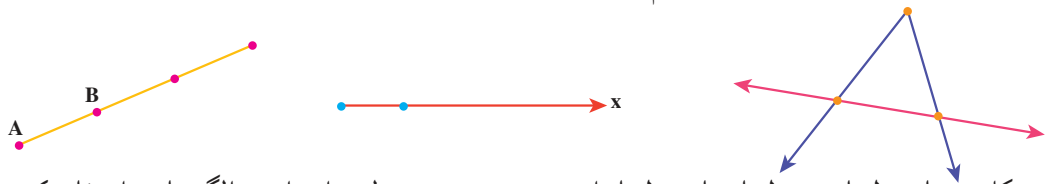
روابط بین پاره‌خط‌ها

در ریاضیات برای نام‌گذاری شکل‌ها از حروف انگلیسی استفاده می‌کنیم. به‌طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی نام‌گذاری می‌کنیم و برای نام‌گذاری امتداد خط که در شکل با پیکانه نشان می‌دهیم از حروف کوچک استفاده می‌کنیم.

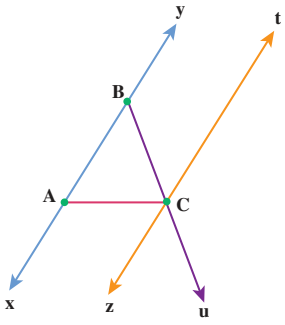
طول یک پاره‌خط را با قراردادن یک پاره‌خط کوچک در بالای نام آن نمایش می‌دهیم. برای مثال $\overline{AB}$ یعنی طول پاره‌خط AB

فعالیت

۱ــ مانند نمونه‌ها شکل را با حروف انگلیسی نام‌گذاری کنید.



۲ــ در شکل زیر نام خط‌ها، نیم‌خط‌ها و پاره‌خط‌ها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.

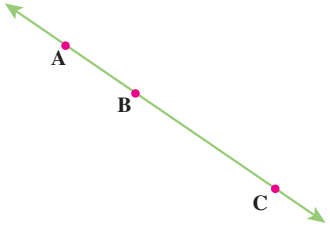


خط:

نیم‌خط:

پاره‌خط:

۳ــ در شکل مقابل نقاط A، B و C روی یک خط قرار دارند.



رابطه‌های زیر را کامل کنید.

$\overline{AB} + \overline{BC} =$ ــــــ

$\overline{AC} - \overline{AB} =$ ــــــ

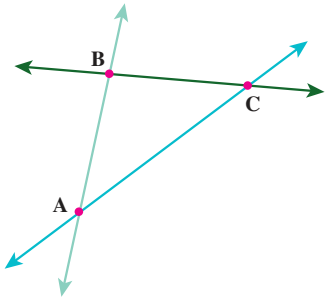
$\overline{AC} - $ ــــــ $= \overline{AB}$

$\overline{CB} + \overline{BA} =$ ــــــ

۴ــ در شکل زیر نقاط A، B و C روی یک خط قرار ندارند.

نقاط A، B و C یک مثلث تشکیل داده‌اند. این مثلث ABC نام دارد و آن را به‌صورت ΔABC یا $\overset{\Delta}{ABC}$ نمایش می‌دهیم.

رابطه‌های زیر را کامل کنید.



$\overline{AB} + \overline{BC} >$ ــــــ

$\overline{AB} + \overline{AC} >$ ــــــ

ــــــ $+$ ــــــ $> \overline{AB}$

یک مثلث دلخواه دیگر رسم کنید و آن را ABC بنامید.

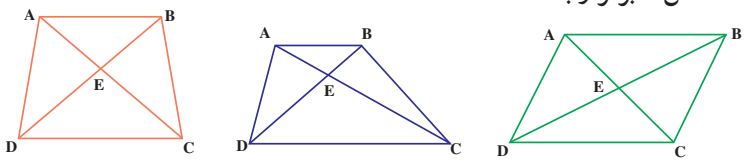
آیا همین رابطه‌ها در آن مثلث هم برقرار است؟

کار در کلاس

۱ــ مانند نمونه رابطه‌های دیگری را بنویسید که در همهٔ شکل‌ها برقرار باشد.

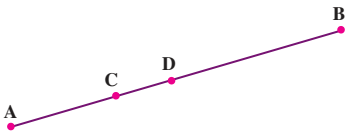
$\overline{AB}+\overline{AD}>\overline{BD}$

$\overline{BD}-\overline{DE}=\overline{BE}$



۲ــ می‌دانیم $\overline{AB}=۷cm$ ، $\overline{AC}=۲cm$ و $\overline{DB}=۴cm$ (cm مخفف سانتی‌متر است.)

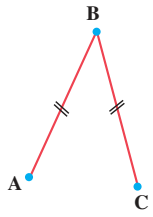
یک رابطهٔ جبری بنویسید و با جایگزین کردن عددها، طول پاره‌خط CD را به‌دست آورید.

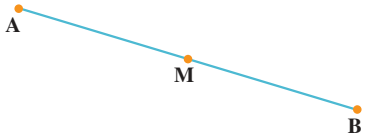


فعالیت

۱ــ پاره‌خط‌های مساوی را به‌صورت روبه‌رو در شکل مشخص می‌کنیم.

علامت‌ها نشان می‌دهند که $\overline{AB}=\overline{BC}$





در شکل مقابل M وسط پاره‌خط AB است.

اندازهٔ کدام دو پاره‌خط مساوی است؟ ــــ = ــــ

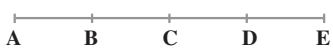
تساوی این دو پاره‌خط را با علامت‌گذاری روی شکل نشان دهید. تساوی‌های زیر را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.

$\overline{AM}=$ ــــ $\overline{AB}$ $\qquad$ $\overline{AB}=$ ــــ $\overline{AM}$

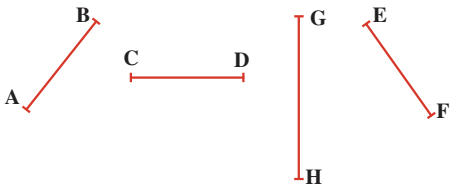
۲ــ در شکل زیر پاره‌خط‌های AB، BC، CD و DE با هم مساوی‌اند. طول کدام پاره‌خط‌ها برابر $۳\overline{AB}$ است؟

طول کدام پاره‌خط‌ها برابر $۲\overline{AB}$ است؟

چند پاره‌خط در شکل روبه‌رو دیده می‌شود؟



۳ــ با توجه به پاره‌خط‌هایی که در شکل زیر می‌بینید، اگر بدانیم $\overline{AB}=\overline{DC}$ و $\overline{DC}=\overline{EF}$ و $\overline{EF}<\overline{GH}$، رابطه‌های زیر را کامل کنید. (علامت «⇒» یعنی نتیجه می‌گیریم)



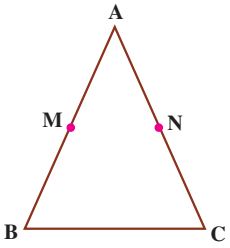
$$\left.\begin{array}{l}\overline{AB}=\overline{DC}\\ \overline{DC}=\overline{EF}\end{array}\right\}\Rightarrow \text{ــــ}=\text{ــــ}$$

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AB}=\overline{EF}\\ \overline{EF}<\overline{GH}\end{array}\right\}\Rightarrow \text{ــــ}<\text{ــــ}$$

۴ــ مثلث ABC متساوی‌الساقین است؛ یعنی $\overline{AB} = \overline{AC}$

نقطهٔ M وسط AB و نقطهٔ N وسط AC است.

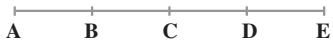
چرا $\overline{AN} = \overline{AM}$ ؟



$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \frac{۱}{۲}\overline{AB} = \_\_\_\_ \Rightarrow \_\_\_\_ = \_\_\_\_$

کار در کلاس

۱ــ اگر پاره‌خط‌های AB، BC، CD و DE با هم برابر باشند، تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.



$\overline{AC} = \_\_\_\_ \overline{AB}$ $\quad \overline{CE} = \_\_\_\_ \overline{AE}$

$\overline{AE} = \_\_\_\_ \overline{BE}$ $\quad \overline{BC} = \_\_\_\_ \overline{BC}$

۲ــ در شکل مقابل نقاط A، B، C و D روی یک خط قرار گرفته‌اند.

می‌دانیم $\overline{AB} = \overline{CD}$



کدام پاره‌خط هم‌اندازهٔ AC است؟ ____ چرا؟

تمرین

۱ــ با رسم شکل‌های مناسب به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

الف) از یک نقطه چند خط می‌گذرد؟ ب) از یک نقطه چند خط راست می‌گذرد؟

ج) از دو نقطه چند خط (از انواع مختلف) می‌گذرد؟ د) از دو نقطه چند خط راست می‌گذرد؟

۲ــ یک خط رسم کنید و نقاط A، B، C و D را طوری روی آن نام‌گذاری کنید که رابطهٔ زیر درست باشد.

$\overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{AC}$

۳ــ اگر روی یک خط راست ۱۰ نقطه بگذارید، چند نیم‌خط به‌وجود می‌آید که سر آن‌ها روی این نقاط باشد؟ چرا؟

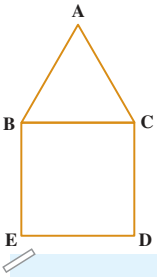
۴ــ نقطهٔ C وسط پاره‌خط AB، نقطهٔ D وسط پاره‌خط AC و نقطهٔ E وسط پاره‌خط AD است.

$\overline{AB}$ چند برابر $\overline{AE}$ است؟



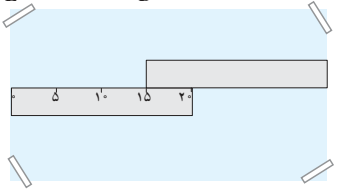
۵ــ در شکل روبه‌رو یک مربع و یک مثلث متساوی‌الاضلاع دیده می‌شود.

چرا $\overline{BE} = \overline{AC}$ ؟



۶ــ دو خط‌کش ۲۰ سانتی‌متری را مانند شکل روبه‌رو، روی یک صفحهٔ کاغذ قرار داده‌ایم.

طول این صفحه چند سانتی‌متر است؟

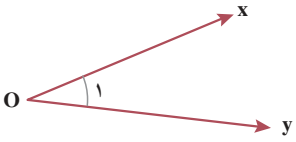


۷ــ اندازهٔ قدّ علی را با a، اندازهٔ قدّ حسن را با b و اندازهٔ قدّ حسین را با c نشان می‌دهیم.

رابطهٔ زیر را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

$\left.\begin{matrix} a > b \\ b = c \end{matrix}\right\} \Rightarrow$

روابط بین زاویه‌ها



زاویهٔ مقابل نام‌گذاری شده و به چند صورت خوانده می‌شود. چرا از حروف کوچک و بزرگ استفاده شده است؟

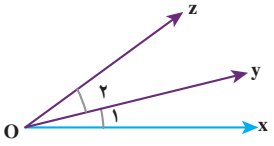
$x\hat{O}y = y\hat{O}x = \hat{O} = \hat{O}_1 = \hat{1}$

فعالیت

۱ــ با انواع زاویه‌ها در سال گذشته آشنا شده‌اید. زاویه‌ها را نام‌گذاری کنید و نوع هرکدام را مشخص کنید.



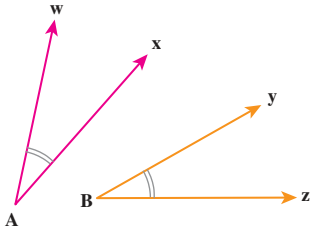
۲ــ تساوی بین زاویه‌ها را کامل کنید.



$\hat{O}_2 + \hat{O}_1 = \_\_\_\_$ $\quad x\hat{O}y + \_\_\_\_ = x\hat{O}z$

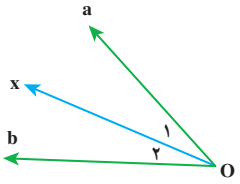
$x\hat{O}z - \hat{O}_1 = \_\_\_\_$ $\quad x\hat{O}z - \_\_\_\_ = z\hat{O}y$

۳ــ دو زاویهٔ مساوی را به‌صورت روبه‌رو در شکل مشخص می‌کنیم.

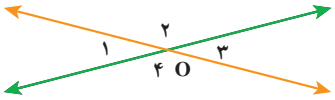


علامت‌ها نشان می‌دهند که $w\hat{A}x = \_\_\_\_$

۴ــ در شکل مقابل Ox نیمساز زاویهٔ $a\hat{O}b$ است. زاویهٔ $\hat{O}_1$ با کدام زاویه مساوی است؟ تساوی این دو زاویه را با علامت‌گذاری روی شکل نشان دهید.



۵ــ در شکل مقابل دو خط یکدیگر را در نقطهٔ $\hat{O}$ قطع کرده‌اند.



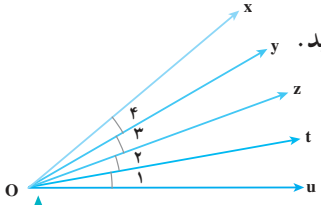
$\left.\begin{matrix}\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \_\_\_\_ \\ \hat{O}_3 + \hat{O}_2 = \_\_\_\_\end{matrix}\right\} \Rightarrow \_\_\_\_ = \_\_\_\_$

می‌دانیم $\hat{O}_1 = 70^\circ$ است. اندازهٔ زاویه‌های دیگر را با نوشتن یک تساوی پیدا کنید.

$\hat{O}_3 = \_\_\_\_ = \_\_\_\_$ $\quad \hat{O}_2 = 180 - \_\_\_\_ = \hat{O}_4$

کار در کلاس

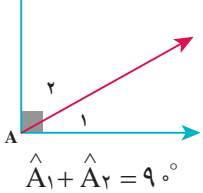
۱ــ زاویه‌های $\hat{O}_1$، $\hat{O}_2$، $\hat{O}_3$ و $\hat{O}_4$ همه با هم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.



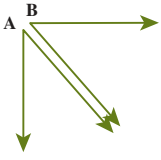
$x\hat{O}t = \_\_\_\_ t\hat{O}x$ $\quad x\hat{O}u = \_\_\_\_ \hat{O}_1$

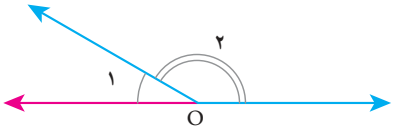
$\hat{O}_2 = \_\_\_\_ z\hat{O}u$ $\quad y\hat{O}t = \_\_\_\_ \hat{O}_2$

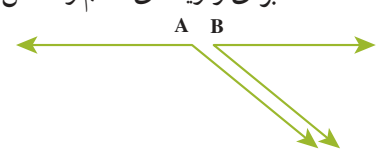
۲ــ برای زاویه‌های متمم و مکمل تساوی بنویسید.



$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$







فعالیت

۱ــ می‌دانیم در هر مثلث، مجموع زاویه‌ها برابر 180° است.

مثلث‌ها را با توجه به اندازهٔ زاویه‌هایشان به سه دسته تقسیم می‌کنیم:

- مثلث‌هایی که هر سه زاویهٔ آنها تند است.
- مثلث‌هایی که یک زاویهٔ راست دارند.
- مثلث‌هایی که یک زاویهٔ باز دارند.

چرا مثلث نمی‌تواند دو زاویهٔ راست داشته باشد؟

۲ــ می‌خواهیم در هر قسمت جدول مقابل یک مثلث رسم کنیم.

در کدام قسمت‌ها نمی‌توانیم مثلثی رسم کنیم؟

در قسمت‌هایی که می‌توانیم مثلث رسم کنیم، یک مثلث بکشید.

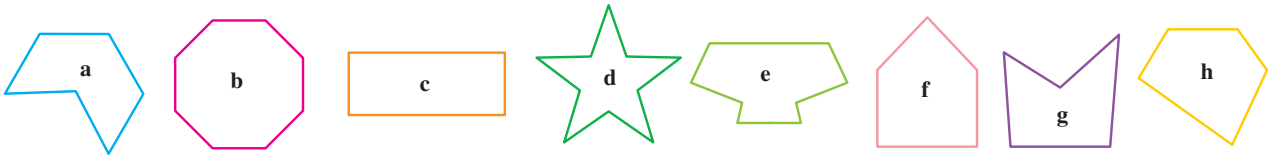
	با ضلع‌های نامساوی	متساوی‌الساقین	متساوی‌الاضلاع
همهٔ زاویه‌ها تند			
یک زاویهٔ راست			
یک زاویهٔ باز			

۳ــ هریک از شکل‌های زیر یک چندضلعی‌اند.

چندضلعی‌هایی که هیچ زاویهٔ بزرگ‌تر از 180° ندارند، محدب نامیده می‌شوند.

به چند ضلعی‌ای که دست کم یک زاویهٔ بزرگ‌تر از 180° داشته باشد، چندضلعی مقعر می‌گویند.

چندضلعی‌های مقعر (کاو) و محدب (کوژ) را در شکل زیر مشخص کنید.

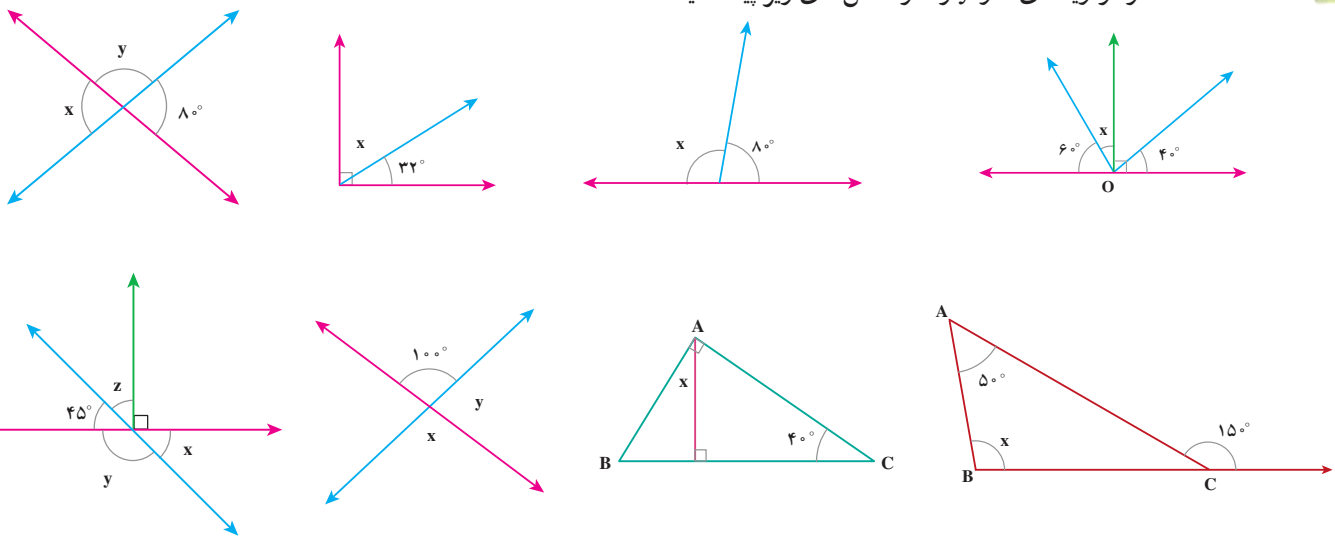


۴ــ به چندضلعی‌هایی که همهٔ ضلع‌ها و زاویه‌هایشان با هم مساوی است، چند ضلعی منتظم گفته می‌شود. کدام شکل در فعالیت قبل چندضلعی منتظم بود؟

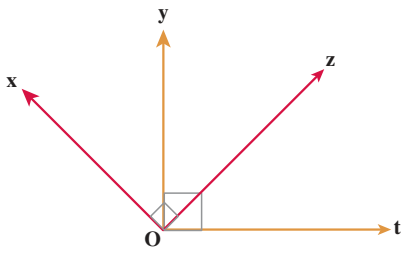
تمرین

۱ــ یک مثال برای هریک از زمان‌هایی بنویسید که عقربهٔ بین ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار زاویهٔ راست، باز، تند و نیم‌صفحه را نشان دهد.

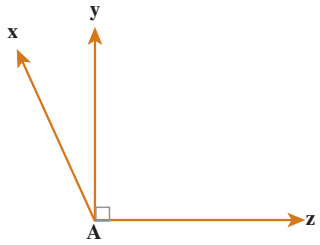
۲ــ اندازهٔ زاویه‌های x و y را در شکل‌های زیر پیدا کنید.



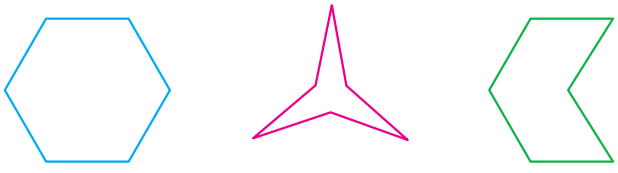
۳ــ در شکل مقابل می‌دانیم زاویه‌های $x\hat{O}z$ ، $t\hat{O}y$ ، 90° هستند.
چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که : $x\hat{O}y = t\hat{O}z$ ؟



۴ــ در شکل مقابل اندازهٔ زاویهٔ $x\hat{A}z$ برابر ۱۲۰ درجه است.
زاویهٔ $x\hat{A}y$ چه کسری از $x\hat{A}z$ است؟



۵ــ شکل‌های زیر چه شباهت‌هایی با هم دارند؟ چه تفاوت‌هایی با هم دارند؟

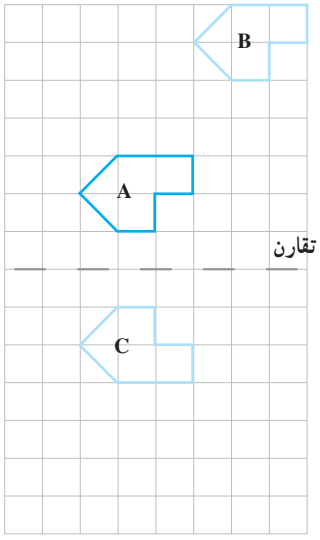


(الف) (ب) (ج)

تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)

فعالیت

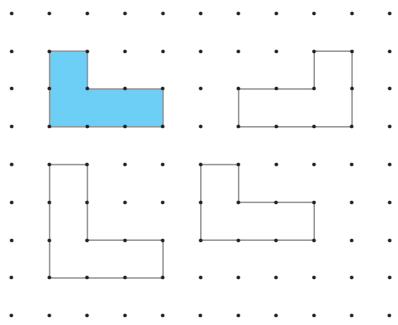
۱ــ یک کاغذ شفاف روی شکل A قرار دهید و این شکل را روی کاغذتان بکشید.
کاغذ شفاف را بدون تغییر جهت روی صفحه حرکت دهید تا تصویر آن روی شکل B قرار بگیرد.
بدین ترتیب تصویر شکل A را روی صفحه **انتقال** داده‌اید.



۲ــ دوباره کاغذ پوستی خود را طوری روی صفحه قرار دهید که تصویری که کشیده‌اید، روی شکل A قرار بگیرد.
کاغذتان را از روی خط تقارن تا کنید. بدین ترتیب تصویر شکل A روی کدام شکل قرار می‌گیرد؟
این شکل قرینهٔ شکل A نسبت به **خط تقارن** است. قرینهٔ شکل B را هم نسبت به خط تقارن رسم کنید و آن را D بنامید.

کار در کلاس

۱ــ به اندازه و جهت شکل‌های سفید نگاه کنید.
کدام‌یک از شکل‌ها، انتقال‌یافتهٔ شکل آبی است؟
این شکل را هاشور بزنید.

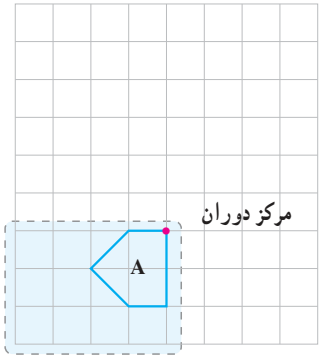


۲ــ کدام شکل قرینهٔ شکل آبی است؟
خط تقارن متناسب با این تقارن را رسم کنید.

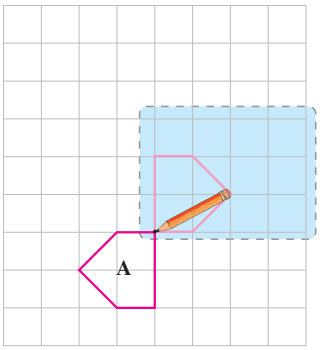
وقتی شکلی را روی صفحه انتقال می‌دهیم، تصویر به‌دست‌آمده، مساوی و هم‌جهت شکل اولیه است.
وقتی قرینهٔ شکلی را نسبت به یک خط پیدا می‌کنیم، تصویر به‌دست‌آمده، مساوی آن شکل است اما جهت آن تغییر می‌کند.

فعالیت

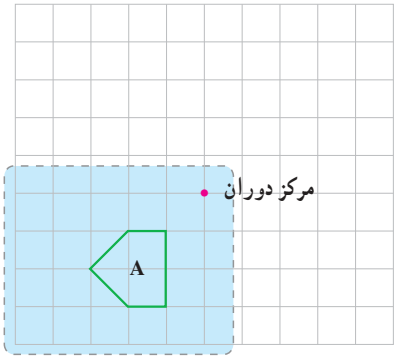
۱ــ یک کاغذ پوستی روی شکل A قرار دهید و این شکل را روی آن بکشید. با استفاده از یک مداد، کاغذ پوستی خود را در **مرکز دوران** شکل، روی صفحهٔ کتاب ثابت کنید و آرام کاغذ را روی کتاب بچرخانید و به حرکت تصویر در صفحه نگاه کنید.



۲ــ اگر کاغذ پوستی را ۱۸۰ درجه بچرخانید، تصویر شکل A مانند شکل روبه‌رو در صفحه قرار می‌گیرد. این تصویر حاصل دوران ۱۸۰ درجه‌ای شکل A حول مرکز دوران است.

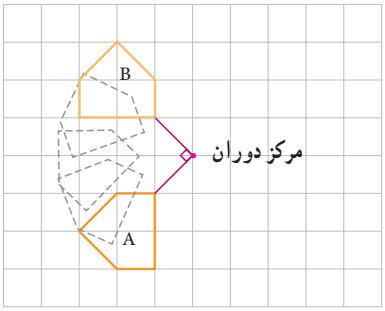


۳ــ باز هم کاغذ پوستی را روی شکل قرار دهید و با استفاده از آن، تصویر حاصل از دوران ۱۸۰ درجهٔ شکل A حول مرکز دوران جدید را بسازید.



۴ــ با کمک کاغذ پوستی شکل A را حول مرکز دوران ۹۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت چرخانده‌ایم. تصویر شکل A روی شکل B قرار گرفته است. شکل B را حول مرکز دوران، ۹۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید. شکل حاصل از این دوران را رسم کنید و آن را C بنامید.

چرا در دوران ۹۰ درجه لازم است جهت دوران را مشخص کنیم اما در دوران ۱۸۰ درجه این کار لازم نیست؟

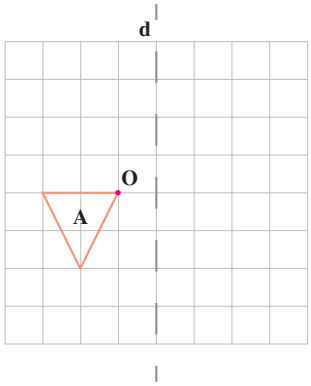


تمرین

۱ــ الف) شکل A را 90° حول نقطهٔ O در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید و شکل حاصل را B بنامید.

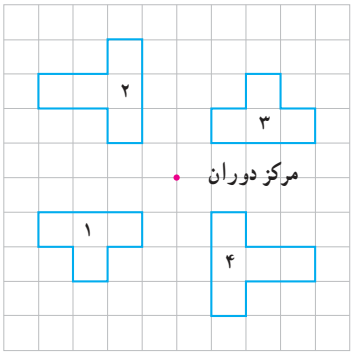
ب) قرینهٔ A را نسبت به خط d رسم کنید و آن را C بنامید.

ج) آیا هر سه شکل با هم مساوی‌اند؟



۲ــ الف) کدام شکل از دوران ۱۸۰ درجهٔ شکل ① در جهت عقربه‌های ساعت حول مرکز دوران به‌دست آمده است؟

ب) کدام شکل از دوران ۱۸۰ درجهٔ شکل ④ حول مرکز دوران به‌دست آمده است؟

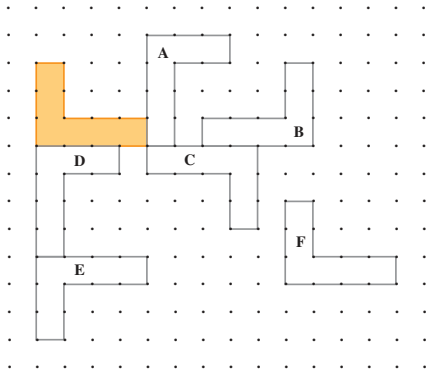


۳ــ همهٔ شکل‌های مقابل با هم مساوی‌اند.

الف) کدام شکل‌ها انتقال‌یافتهٔ شکل رنگی هستند؟

ب) کدام شکل‌ها دوران یافتهٔ شکل رنگی هستند؟

ج) کدام شکل‌ها قرینهٔ شکل رنگی نسبت به یک خط هستند؟



۴ــ در هر مورد چه تبدیلی انجام شده است؛ انتقال، تقارن محوری یا دوران؟

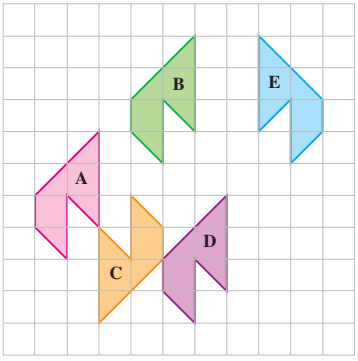
الف) A به B تبدیل شده است.

ب) A به C تبدیل شده است.

ج) B به E تبدیل شده است.

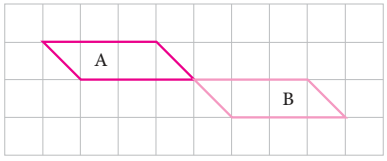
د) D به A تبدیل شده است.

هـ) D به C تبدیل شده است.

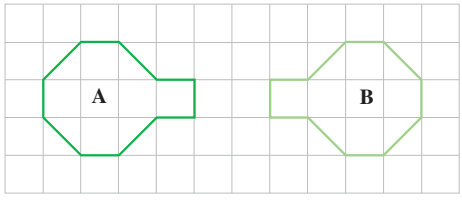


۵ــ در هر مورد با دو تبدیل مختلف می‌توان A را بر B منطبق کرد. این دو تبدیل را نام ببرید.

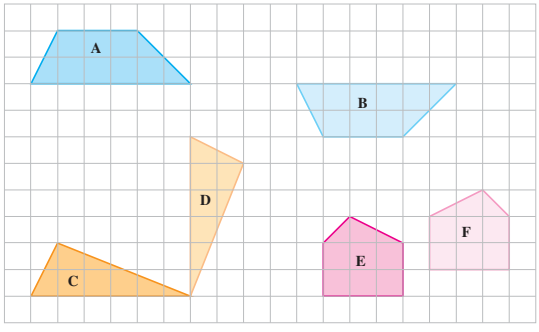
(الف)



(ب)



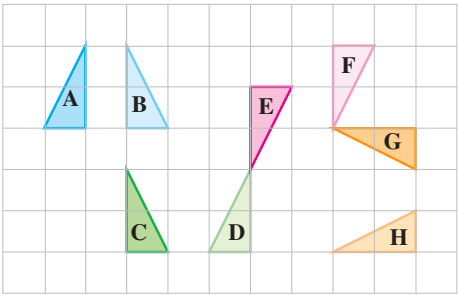
۶ــ در شکل مقابل کدام دو شکل مساوی، یک شکل و تبدیل‌یافتهٔ آن تنها با یک تبدیل (انتقال، تقارن یا دوران) را نشان می‌دهد؟



شکل‌های مساوی (هم‌نهشت)

فعالیت

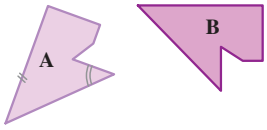
۱ــ الف) هر شکل با یک تبدیل، به شکل بعدی تبدیل شده است. روی هر پیکانه نوع تبدیل انجام‌شده (انتقال، تقارن یا دوران) را بنویسید.



$$A \xrightarrow{\text{تقارن}} B \longrightarrow C \longrightarrow D \longrightarrow E \longrightarrow F \longrightarrow G \longrightarrow H$$

ب) آیا شکل A با شکل H مساوی است؟ چرا؟

۲ــ اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل (انتقال، تقارن یا دوران) در صفحه بر شکل دیگر منطبق کنیم، می‌گوییم این دو شکل باهم هم‌نهشت (مساوی)اند.

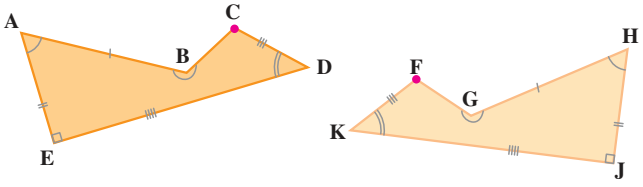


دو شکل مقابل با هم هم‌نهشت‌اند.

یک ضلع و یک زاویه از شکل A مشخص شده است.

ضلع و زاویهٔ مساوی (متناظر) با آنها در شکل B را با علامت‌گذاری مشخص کنید.

۳ــ دو شکل مقابل، هم‌نهشت‌اند. این عبارت را در ریاضی به‌صورت ABCDE ≅ HGFKJ نمایش می‌دهیم.

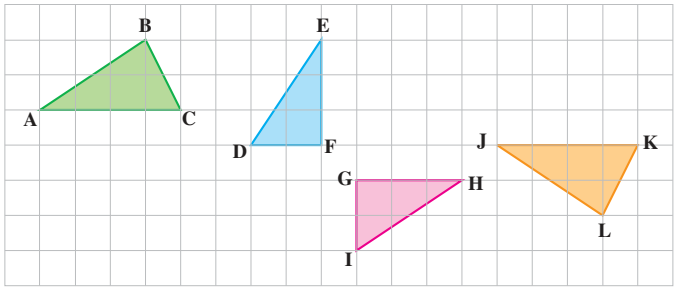


در دو شکل هندسی هم‌نهشت، اجزای متناظر دو به دو با هم برابرند.

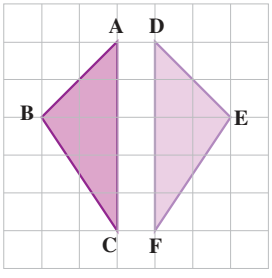
به چگونگی نمایش برابری ضلع‌ها و زاویه‌ها در دو شکل بالا توجه کنید.

کار در کلاس

۱ــ مثلث‌های هم‌نهشت را در شکل بیابید و به زبان ریاضی بنویسید.



۲ــ در شکل مقابل دو مثلث هم‌نهشت دیده می‌شود.



ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی دو شکل را با علامت‌گذاری مشخص کنید. تساوی اجزای متناظر این دو مثلث را کامل کنید.

$\hat{A} =$ $\overline{AB} =$

$\hat{B} =$ $=$

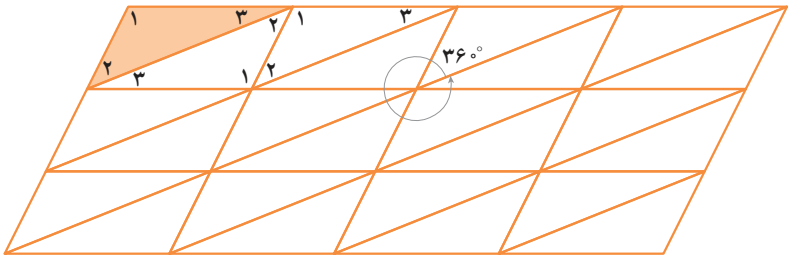
$\hat{C} =$ $=$

فعالیت

۱ــ با انجام تبدیلات متوالی روی یک مثلث، قسمتی از صفحه را پوشانده‌ایم. مثلث‌هایی را که از انتقال مثلث رنگی به‌دست آمده‌اند، رنگ کنید.

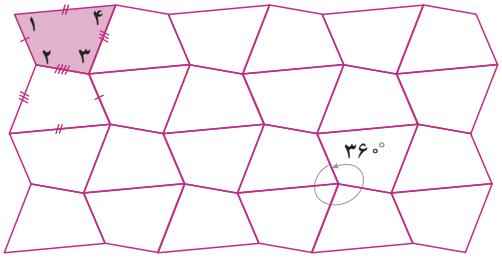
هریک از مثلث‌های سفید را می‌توان با دوران ۱۸۰° درجهٔ یکی از مثلث‌های رنگی به‌دست آورد.

زاویه‌های مساوی در همهٔ مثلث‌ها را با شماره‌گذاری آنها مشخص کنید. آیا همهٔ این مثلث‌ها با هم مساویند؟



۲ــ با انجام تبدیلات متوالی روی یک چهارضلعی، قسمتی از صفحه را پوشانده‌ایم.

چهارضلعی‌هایی را که از انتقال چهارضلعی رنگی به‌دست آمده‌اند، رنگ کنید. با چه تبدیلی می‌توان چهارضلعی‌های سفید را به‌دست آورد؟

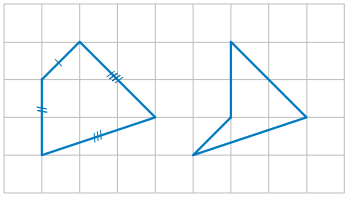


ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی را با علامت‌گذاری مشخص کنید.

آیا همهٔ این چهارضلعی‌ها با هم مساوی‌اند؟

تمرین

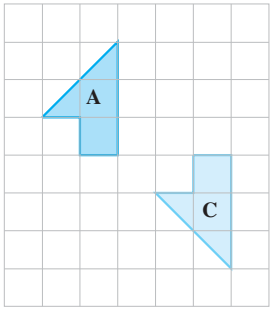
۱ــ در شکل مقابل ضلع‌های دو چهارضلعی، دو به دو با هم برابرند.



الف) با علامت‌گذاری مناسب، تساوی ضلع‌ها را نمایش دهید.

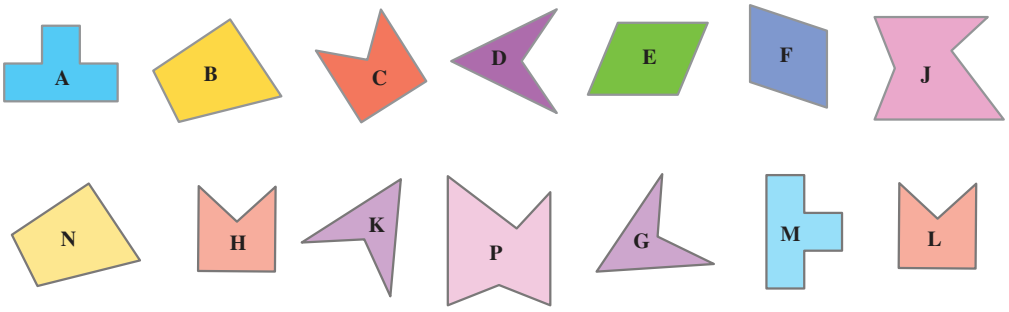
ب) آیا این دو چهارضلعی با هم مساوی‌اند؟

۲ــ می‌خواهیم شکل B را طوری رسم کنیم که بتوانیم با دو تبدیل متوالی، شکل A را بر شکل C منطبق کنیم. شکل B را رسم کنید و روی هر پیکانه نوع تبدیل انجام‌شده را بنویسید.

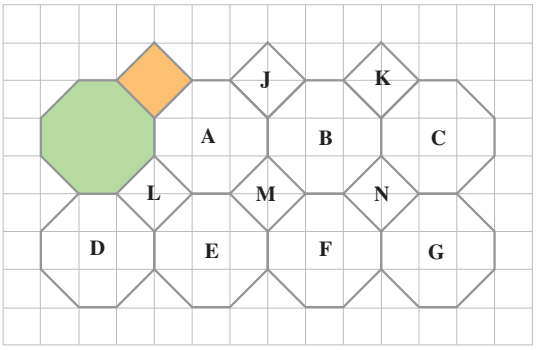


A ⟶ B ⟶ C

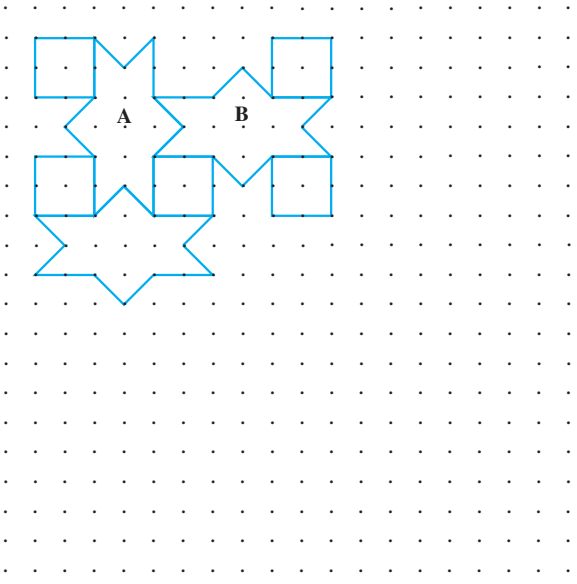
۳ــ به کمک کاغذ پوستی شکل‌های مساوی را پیدا کنید و تساوی شکل‌ها را به زبان ریاضی بنویسید.



۴ــ با انجام تبدیلات متوالی روی یک هشت‌ضلعی و مربع، قسمتی از صفحه را پر کرده‌ایم.
به چند طریق می‌توان تنها با یک تبدیل، هشت‌ضلعی رنگی را بر شکل C منطبق کرد؟



۵ــ شکل زیر قسمتی از کاشی‌کاری یک بنای قدیمی را نشان می‌دهد.
الف) چگونه می‌توان با دو تبدیل متوالی A را بر شکل B منطبق کرد؟
ب) با ادامهٔ الگوی ایجادشده، صفحه را پر کنید.



مرور فصل ۴

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل، اصطلاحات زیر به‌کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- تبدیل‌های هندسی
- شکل‌های هم‌نهشت
- اجزای متناظر

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصهٔ درس تهیه کنید.

- نام‌گذاری پاره‌خط، نیم‌خط و خط
- نام‌گذاری زاویه
- نوشتن رابطهٔ بین پاره‌خط‌ها
- نوشتن رابطهٔ بین زاویه‌ها
- نتیجه‌گیری از چند تساوی درست
- دلیل تساوی دو زاویهٔ متقابل به رأس
- انتقال یک شکل
- پیدا کردن قرینهٔ یک شکل
- پیدا کردن دوران یافتهٔ یک شکل
- نوشتن تساوی اجزای متناظر دو شکل

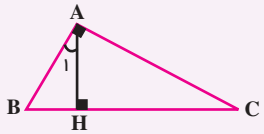
کاربرد

کاربرد این درس را در فصل هفتم (بردار) خواهید دید؛ ضمن این‌که در کشیدن شکل‌های هندسی، گرافیک رایانه‌ای، طراحی و ... نیز کاربرد دارد.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی‌که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به‌خوبی آموخته‌اید.

۱ــ چرا $\hat{C} = \hat{A}_1$ است؟



۲ــ قرینهٔ شکل مقابل را نسبت به پاره‌خط BC پیدا کنید.

دوران‌یافتهٔ شکل جدید را نسبت به نقطهٔ C با دوران 90° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت پیدا کنید.

اجزای متناظر شکل اول و آخر را با علامت‌گذاری مشخص کنید.





فصل ۵ شمارنده‌ها و اعداد اول

دسته‌بندی کردن، به‌ویژه ساختن دسته‌های مساوی و قابلیت تقسیم، از مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره‌اند. وقتی سربازها در دسته‌های منظم‌شدهٔ رژه قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف‌ها و ستون‌ها قابل قسمت باشد.

- **عدد اول**
- **شمارندهٔ اول**
- **بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک**
- **کوچک‌ترین مضرب مشترک**

عدد اول

فعالیت



۱ــ دانش‌آموزان یک مدرسه در کلاس‌های ورزشی ثبت‌نام کرده‌اند. تعداد ثبت‌نام‌شده‌ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشتهٔ ورزشی تعداد ثبت‌نام‌شده‌ها مناسب (قابل تقسیم به تعدادی تیم) است؟ چرا؟

در کدام رشته تعداد ثبت‌نام‌شده‌ها مناسب نیست؟ چرا؟

رشتهٔ ورزشی	فوتسال	والیبال	بسکتبال	پینگ پنگ	بدمینتون
تعداد ثبت‌نام‌شده‌ها	۲۱	۱۲	۱۳	۹	۷
تعداد نفرات هر تیم	۵	۶	۵	۲	۲

با کمترین جابه‌جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته‌ها مناسب شود.

۲ــ عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

۶= یعنی دو دستهٔ ۳ تایی ۳×۲=۶

۶ = ۶ =

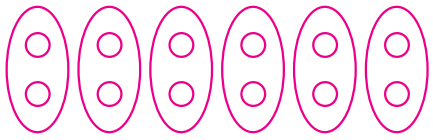
۳ــ عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنا کنید (تقسیم‌ها نباید باقی‌مانده بیاورند).

یعنی ۱۰ را می‌توان ۲ تا ۲ تا شمرد. ۱۰ ÷ ۲ =۵

۱۰ ÷

۱۰ ÷ ۱۰ ÷

۴ــ مانند نمونه ۱۲ دایره را به دسته‌های مساوی تقسیم کنید؛ یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می‌شود شمرد. به این ترتیب شمارنده‌های عدد ۱۲ به‌دست می‌آید.



۱,۲, _____ : شمارنده‌های ۱۲

کار در کلاس

۱ــ با یکی از روش‌های بالا شمارنده‌های هر عدد را مشخص کنید.

: شمارنده‌های ۱۵ : شمارنده‌های ۱۴

: شمارنده‌های ۸ : شمارنده‌های ۹

۲ــ عدد ۲، شمارندهٔ ۴ است. ۴ هم شمارندهٔ ۱۲ است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که ۲ شمارندهٔ ۱۲ هم هست؟ چرا؟

۳ــ به‌طور کلی اگر a شمارندهٔ b باشد، b هم شمارندهٔ c باشد، آیا می‌توان نتیجه گرفت که a شمارندهٔ c هم هست؟ چرا؟

فعالیت

۱ــ جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد	شمارنده‌های عدد			
۹				
۱۵				
۴				
۱۴				
۵				
۱۳				

عدد _____ شمارندهٔ همهٔ اعداد است.

کوچک‌ترین شمارندهٔ هر عدد _____ است.

بزرگ‌ترین شمارندهٔ هر عدد _____ است.

همهٔ شمارنده‌های یک عدد _____ آن عدد هستند.

بعضی از عددها فقط _____

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل _____ دارد.

۲ــ برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کنید و شمارنده‌های آن را بیابید.



به عددهای طبیعی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده، عدد یک و خود آن عدد است، عدد اول می‌گویند.

کار در کلاس

۱ــ مانند نمونه، عددها را به حاصل‌ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام عددها را نمی‌توان به‌صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عددِ بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟

۲ــ با قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵ که در دبستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام‌یک از عددهای طبیعی کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به‌صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک نشان دهید.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰

تمرین

۱ــ آیا عدد ۱۷ شمارندهٔ ۲۴۷ است؟ چرا؟

۲ــ آیا اگرعددی بر ۳ بخش‌پذیر بود، می‌توان گفت که ۳ شمارندهٔ آن است؟

۳ــ چهار عدد بنویسید که ۵ شمارندهٔ آنها باشد.

۴ــ کدام‌یک از عددهای روبه‌رو بر ۱۵ بخش‌پذیر است؟ چرا؟ ۳۶۰ ، ۵۵۵ ، ۹۲۴ ، ۳۴۵

۵ــ تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

۲۰	۱۸	۲۴
۵۰	۴۰	۳۰

۶ــ جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرست بودن هر جمله را بنویسید.

* عدد ۲۹ اول است.
* هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد.
* تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارندهٔ آنها می‌شود.
* اگر عددی غیر از خودش و یک، شمارندهٔ دیگری داشت، حتماً اول نیست.

۷ــ در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد.



دانش‌آموزان این کلاس را در چند حالت می‌توان به گروه‌هایی با تعداد مساوی که تعداد نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟

۸ــ وقتی می‌نویسیم ۱۸=۶×۳ آیا می‌توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده‌های ۱۸ هستند؟ چرا؟

آیا می‌توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده‌های یک عدد، زوج است؟

۹ــ آیا حاصل ضرب دو عدد اول می‌تواند عددی اول باشد؟ چرا؟

۱۰ــ هر عبارت را کامل کنید.

* مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی _____ است.
* مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی _____ است.
* مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی _____ است.

پس از تکمیل کردن جمله‌های فوق (می‌توانید با حدس و آزمایش جمله‌ها را کامل کنید) به سؤال زیر پاسخ دهید.

* آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول است؟

شمارندهٔ اول

فعالیت

۱ــ تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

شمارنده‌های ۳۵ :

شمارنده‌های ۱۲ :

شمارنده‌های ۹ :

شمارنده‌های ۱۴ :

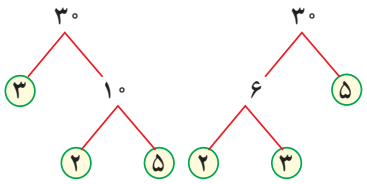
در هر قسمت، زیر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددهایی هستند؟

شمارندهٔ اول عدد ۹ چه عددی است؟

۲ــ مانند نمونه هر عدد را به‌صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن‌قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد برسید.

۲۰۰ ۲۰ ۲۱۰ ۸۰ ۴۵ ۳۰



۳ــ با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به‌صورت ضرب عددهای اول نوشت (تجزیه کرد):

۸۰ = ۴۵ = ۳۰ = ۲×۳×۵

۲۰۰ = ۲۰ = ۲۱۰ =

شمارنده‌های اول، عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل‌ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را به‌دست آورد؛

مانند: ۱۲ = ۳ × ۲ × ۲.

به نظر شما عدد ۷ چند شمارندهٔ اول دارد؟ چرا؟

کار در کلاس

با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

۱۲ = ۳ × ۲ × ۲ ۶ = ۳ × ۲

= =

= =

ویژگی عددهای به‌دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

فعالیت

۱ــ شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به‌صورت ضرب شمارندهٔ اول بنویسید.

۸ ۳۶ ۱۰۰

۸ = ۳۶ = ۱۰۰ =

۲ــ با راهبرد الگوسازی می‌توان تمام شمارنده‌های یک عدد را پیدا کرد. در زیر تمام شمارنده‌های عدد ۱۲ با توجه به تجزیهٔ آن پیدا شده است. به همین روش تمام شمارنده‌های عدد ۱۰۰ را پیدا کنید.

$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$ $۱۰۰ = ۲ \times ۲ \times ۵ \times ۵$

۱ : هیچ شمارندهٔ اولی استفاده نشود.

۳ و ۲ : یک شمارندهٔ اول استفاده شود.

$۶ = ۳ \times ۲ \times ۱$ و $۴ = ۲ \times ۲ \times ۱$: دو شمارندهٔ اول استفاده شود.

$۱۲ = ۳ \times ۲ \times ۲ \times ۱$: سه شمارندهٔ اول استفاده شود.

۱,۲,۳,۴,۶,۱۲ : شمارنده‌های ۱۲

کار در کلاس

۱ــ در دورهٔ دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$\frac{۱۸}{۲۷} = \frac{۲ \times \cancel{۹}}{۳ \times \cancel{۹}} = \frac{۲}{۳}$ $\frac{۴}{۶} = \frac{\cancel{۲} \times ۲}{\cancel{۲} \times ۳} = \frac{۲}{۳}$

با تجزیه کردن (نوشتن عدد به‌صورت ضرب عامل‌های اول) عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و مخرج را ساده کنید.

$\frac{۸۱}{۳۲} =$ $\frac{۲۸}{۴۲} =$ $\frac{۲۰}{۵۰} =$

۲ــ مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی‌اند، ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض مستطیل می‌تواند داشته باشد، بنویسید.

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارد؟

تمرین

۱ــ شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده می‌شود؟ چرا؟

۲ــ سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{۳}{۵}$ شود.

۳ــ با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین ۳۰ و ۵۰ باشد؟

۴ــ عدد a پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است : $a = ۲\times۲\times۳\times۵\times۵$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی‌اند؟ ۴ شمارندهٔ این عدد را بنویسید که اول نباشد.

۵ــ عدد b پس از تجزیه به صورت مقابل درآمده است : $b = ۴\times۳\times۱۵\times۶$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی‌اند؟

۶ــ عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کنید و شمارنده‌های اول آنها را مشخص کنید.

۱۸۰ ۱۰۴ ۲۹۷

۷ــ عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول‌اند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید و براساس آن، تعریف دیگری برای عددهای اول ارائه کنید.

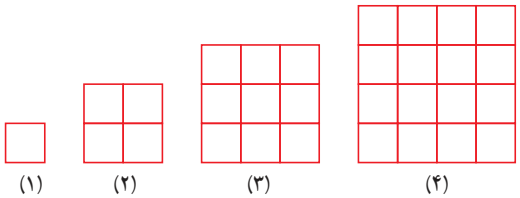
۸ــ جملات درست را با ✓ و نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

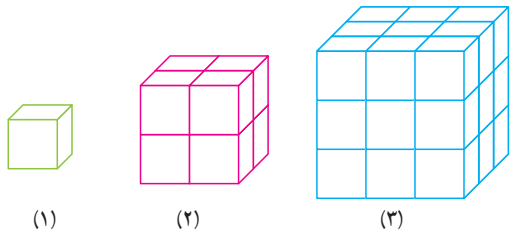
الف) تمام عددها شمارندهٔ اول دارند.

ب) اگر عددی زوج باشد، یکی از شمارنده‌های اولش ۲ است.

ج) هیچ عددی پیدا نمی‌شود که ۵ شمارندهٔ اول داشته باشد.

۹ــ الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جملهٔ nام هر کدام را بنویسید.





بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک

فعالیت



۱ــ قرار است دانش‌آموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو چادر بزنند. تعداد افراد چادرها باید مساوی باشد. کلاس اول الف ۳۰ دانش آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چندنفره می‌توان استفاده کرد؟ چرا؟

کلاس اول ب، ۳۶ دانش‌آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می‌توان بر پا کرد؟ چرا؟

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چندنفره مناسب است؟ چرا؟

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش آموزان یک چادر، بیشترین تعداد باشد تا چادر کمتری تهیه شود، چادر چندنفره مناسب است؟

۲ــ دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک دو عدد را پیدا کنیم.

امید از روش زیر استفاده کرد :

= شمارنده‌های مشترک دو عدد ۱,۲,۳,۶,۹,۱۸ : تمام شمارنده‌های ۱۸

= بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک دو عدد : تمام شمارنده‌های ۲۴

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به‌صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت.

۲۴ = ۲×۲×۲×۳ ۱۸ = ۲×۳×۳

سپس حاصل‌ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک مشخص شود.

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند؛ بنابراین بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را ب.م.م می‌نویسند. ب.م.م دو عدد a و b را به صورت (a و b) نشان می‌دهند؛ مانند:

(۲۴ و ۱۸) = ۶

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

کار در کلاس

۱ــ با نوشتن تمام شمارنده‌های دو عدد، ب.م.م آنها را پیدا کنید.

(۳۰ و ۲۰) = (۱۲ و ۱۴) =

۲ــ با تجزیهٔ عددها به شمارنده‌های اول، ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

(۳۰ و ۴۲) = (۳۶ و ۴۸) =

فعالیت

۱ــ می‌خواهیم یک قاب مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های مربعی پر کنیم. ضلع این کاشی‌های مربعی چه عددهایی می‌تواند باشد؟ چرا؟



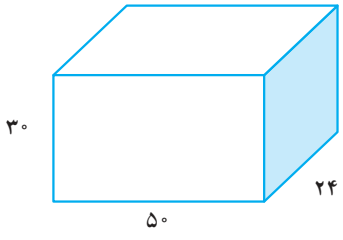
اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف‌شده کمترین تعداد باشد (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف‌شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟

۲ــ یک جعبهٔ دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰ ، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟

در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبهٔ دستمال دارد؟ با توجه به این ارتباط، شکل زیر را کامل کنید تا مشخص شود چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟





کار در کلاس

عددهای زیر تجزیه شده‌اند، ب.م.م‌های خواسته‌شده را به‌دست آورید.

$۳۶ = ۲\times۲\times۳\times ۳$ $\qquad$ $۱۲ = ۲\times۲\times۳$ $\qquad$ $۲۸ = ۲\times۲\times۷$

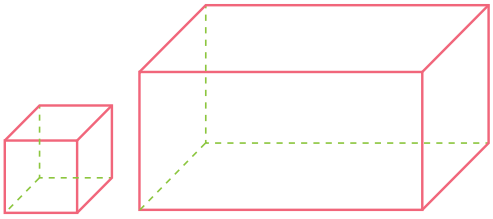
(۲۸ و ۳۶ و ۱۲) = $\qquad$ (۳۶ و ۱۲) = $\qquad$ (۳۶و ۲۸) = $\qquad$ (۱۲ و ۲۸) =

تمرین

۱ــ دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می‌خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می‌شود، دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه‌ها برای این کارمناسب است؟ بزرگ‌ترین پیمانه کدام است؟



۲ــ یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم. بزرگ‌ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا می‌شود؟



۳ــ برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

اگر دو عدد b و a اول باشند، ب.م.م آنها عدد یک می‌شود. $\qquad$ (a و b) = ۱

اگر عددی بر عدد دیگری بخش‌پذیر باشد، عدد کوچک‌تر ب.م.م دو عدد است.

کوچک‌ترین مقسوم‌علیه مشترک (یا شمارندهٔ مشترک) هر دو عدد ۱ است.

۴ــ ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید، سپس کسرها را ساده کنید.

$\frac{۳۵}{۲۴۵} =$ $\qquad$ $\frac{۹۶}{۱۴۴} =$

۵ــ ب.م.م عددهای زیر را محاسبه کنید.

(۵۵ و ۱۲۱) = $\qquad$ (۱۰۸و ۲۱۶) = $\qquad$ (۱۱۷ و ۹۱) =

۶ــ برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

* (n و n) = n
* ب.م.م دو عدد a و b شمارندهٔ دو عدد a و b است.
* اگر عدد a اول باشد، ب.م.م a و عدد دیگر مثل b یا یک می‌شود یا خود a.

کوچک‌ترین مضرب مشترک

فعالیت

۱ــ مضرب‌های صحیح یک عدد از ضرب آن در عددهای صحیح به‌دست می‌آید. مضرب‌های صحیح ۳ را کامل کنید.

... و ــــ و ــــ و ــــ و ۳×۱ و ۳×۰ و (−۱)×۳ و ــــ و ــــ و ــــ و ...

... و ــــ و ــــ و ــــ و ۳ و ۰ و ۳− و ــــ و ــــ و ــــ و ...

۲ــ مضرب‌های طبیعی یک عدد از ضرب آن در عددهای طبیعی به‌دست می‌آید.

مضرب‌های طبیعی را به اختصار مضرب می‌گوییم. مضرب‌های عددهای زیر را بنویسید.

مضرب‌های ۲ : ۲ و ۴ و ۶ و ــــ و ــــ و ــــ و ... و

مضرب‌های ۷ :

مضرب‌های ۵ :

در این نحوهٔ نوشتن علامت ... به چه معناست؟

کار در کلاس

۱ــ به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

اولین مضرب ۷ :

سومین مضرب ۶ :

دهمین مضرب ۹ :

۸۰ چندمین مضرب ۸ است؟

۲۴ چندمین مضرب ۶ است؟

۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟

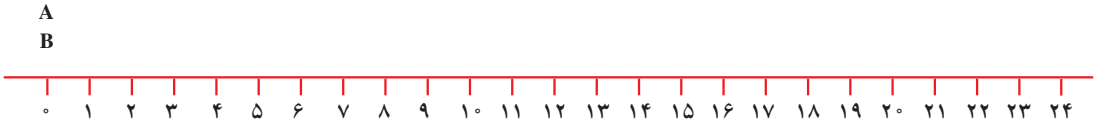
۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟

۲ــ آیا تعداد شمارنده‌های یک عدد، محدود است؟

تعداد مضرب‌های یک عدد چطور؟

فعالیت

در یک بازی رایانه‌ای مهرهٔ A، شش تا شش تا و مهرهٔ B، چهار تا چهار تا حرکت می‌کند. در شروع بازی هر دو مهره روی عدد صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می‌گیرند؟



مضارب مشترک :

مضارب A :

کوچک‌ترین مضرب مشترک :

مضارب B :

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد، اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد a و b را به‌طور اختصار ک.م.م می‌گویند و به صورت [a و b] نمایش می‌دهند.

به‌عنوان نمونه [۴و ۶] = ۱۲

فعالیت

۱ــ ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

: مضارب ۱۸

: مضارب ۱۲

[۱۲ و ۱۸]= : مضارب مشترک ۱۸ و ۱۲

۲ــ عددهای ۱۸ و ۱۲ به‌صورت تجزیه‌شده، نوشته شده‌اند.

[۱۲ و ۱۸] = ۱۲ = ۲×۲×۳ ۱۸ = ۲×۳×۳

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شمارنده‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید.

می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

[A و B] = ۳×۳×۵×۲×۵ B = ۲×۵×۳×۳ A = ۳×۳×۵×۵

کار در کلاس

۱ــ تساوی ۲۴=۴×۶ را به‌صورت‌های مختلف می‌توان معنا کرد؛ جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شمارندهٔ ــــ است. ششمین مضرب ــــ عدد ۲۴ است.

۶ شمارندهٔ ــــ است. چهارمین مضرب ــــ عدد ــــ است.

عددهای ــــ و ــــ شمارنده‌های ــــ هستند. عدد ــــ بر ــــ و ــــ قابل قسمت است.

۲ــ یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است؛ یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا می‌کنیم که به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل‌قسمت) باشد. مانند نمونه، حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها به‌دست آورید.

$\frac{۵}{۶}+\frac{۴}{۹}=\frac{\quad}{۱۸}$ [۶ و ۹] = ۱۸

$\frac{۷}{۱۵}+\frac{۹}{۲۰}=$ [۱۵ و ۲۰] =

$\frac{۱۵}{۱۲}-\frac{۷}{۱۸}=$ [۱۲ و ۱۸] =

تمرین



۱ــ هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از پایانهٔ مسافربری حرکت می‌کند. اتوبوس‌های خط B هر ۳۰ دقیقه از پایانه حرکت می‌کنند. ساعت ۱۲ ظهر دو اتوبوس در خط‌های A و B همزمان حرکت کرده‌اند. در چه ساعتی به‌طور همزمان اتوبوس‌ها از این دو خط حرکت می‌کنند؟



۲ــ یک پیست دوومیدانی کوچک در یک مجتمع فرهنگی‌ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می‌کنند. اگر امید هر ۳۵ ثانیه یک دور کامل، میدان دو را طی کند و فرامرز هر ۲۱ ثانیه یک دور کامل طی کند، پس از چند ثانیه فرامرز و امید با هم به همان نقطهٔ شروع می‌رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده‌اند؟

۳ــ آیا ۲۱۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟

آیا ۴۲۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟

دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟

۴ــ دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

* اگر عددی بر عدد دیگر بخش‌پذیر باشد، عدد بزرگ‌تر ک.م.م دو عدد است.
* اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد، برابر حاصل ضرب دو عدد است.
* ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست.

۵ــ برای هر کدام از جملات درستِ زیر یک مثال بزنید.

* $n = [1 \text{ و } n]$
* $n = [n \text{ و } n]$
* ب.م.م دو عدد شمارندهٔ ک.م.م دو عدد است.
* حاصل‌ضرب دو عدد، برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

۶ــ به‌صورت ذهنی تساوی‌ها را کامل کنید.

$[4 \text{ و } 12] =$	$(3 \text{ و } 15) =$	$(7 \text{ و } 5) =$	$(30 \text{ و } 20) =$
$(9 \text{ و } 4) =$	$[30 \text{ و } 15] =$	$(19 \text{ و } 38) =$	$[50 \text{ و } 30] =$
$[6 \text{ و } 4] =$	$(7 \text{ و } 2 \text{ و } 3) =$	$[7 \text{ و } 2 \text{ و } 3] =$	$[9 \text{ و } 4] =$

مرور فصل ۵

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل، اصطلاحات زیر به‌کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

- عدد اول
- شمارندهٔ (مقسوم‌علیه) یک عدد
- شمارندهٔ اول
- مضرب
- ب.م.م
- ک.م.م

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصهٔ درس تهیه کنید.

- نوشتن شمارنده‌های یک عدد
- پیدا کردن عددهای اول
- پیدا کردن شمارندهٔ اول یک عدد
- ساختن عددهای مختلف با شمارنده‌های اول
- پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیهٔ عدد
- تجزیهٔ عدد به شمارنده‌های اول
- پیدا کردن ب.م.م دو عدد
- نوشتن مضرب‌های یک عدد
- پیدا کردن ک.م.م دو عدد
- رابطهٔ بین مضرب و شمارنده

کاربرد

از مفاهیم ب.م.م و ک.م.م در محاسبات کسری (ساده کردن و مخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. درک شمارنده‌های اول یک عدد، زمینه‌ساز همین بحث به‌صورت جبری است.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به‌خوبی آموخته‌اید.

۱ــ با توجه به تساوی $۳\times۴=۱۲$ معانی مختلف آن را بیان کنید.

۲ــ ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.م و ک.م.م آنها را به دست آورید.

۶۰ = ۷۲ =

۳ــ عددهای اول بین ۵۰ تا ۸۰ را بنویسید.

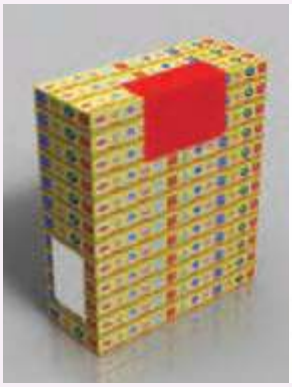
۴ــ با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۶ و ک.م.م آنها ۳۶ باشد.



فصل ۶

سطح و حجم









اهمیت بسته‌بندی محصولات غذایی کمتر از اهمیت تولید آنها نیست. برای مثال در بسته‌بندی شیرینی و شکلات، کیفیت و ظاهر بسته‌بندی در فروش آن تأثیر زیادی دارد. یکی از موضوعات مهم در این بسته‌بندی‌ها رابطهٔ بین سطح و حجمی است که با آن سطح ساخته می‌شود.

- **حجم‌های هندسی**
- **محاسبهٔ حجم‌های منشوری**
- **مساحت جانبی و کل**
- **حجم و سطح**

حجم‌های هندسی

فعالیت



۱ــ به اطراف خود (کلاس، خانه، خیابان و...) به‌دقت نگاه کنید.

آیا چیزی پیدا می‌کنید که حجم نداشته باشد؟

در تصویر مقابل، چه نوع حجم‌هایی را می‌بینید؟

آیا همهٔ آنها شکل هندسی دارند؟

آیا می‌توانید یک طبقه‌بندی از انواع حجم‌ها ارائه کنید؟

حجم‌ها را می‌توان به دو دستهٔ هندسی و غیرهندسی تقسیم کرد. حجم‌های هندسی شکل‌های مشخص و تعریف‌شده دارند. حجم‌های هندسی را می‌توان به سه دستهٔ اصلی تقسیم کرد: منشوری ــ کروی ــ هرمی. برخی از حجم‌های هندسی نیز ترکیبی از این سه نوع هستند.

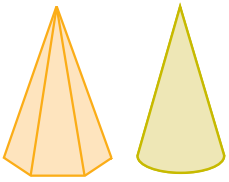
فعالیت

۱ــ در تصویر فعالیت بالا حجم‌های هندسی را با ✓ و غیرهندسی را با ✗ مشخص کنید.

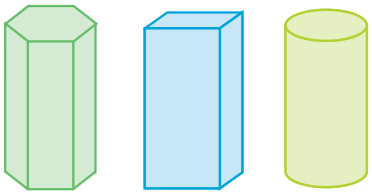
نوع حجم‌های هندسی را تعیین کنید.

در حجم‌های ترکیبی نیز مشخص کنید که از چه نوع حجم‌هایی ساخته شده‌اند.

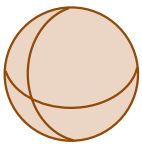
۲ــ با توجه به شکل‌های زیر، خصوصیت‌های سه نوع حجم هندسی زیر را بنویسید.



حجم‌های هرمی



حجم‌های منشوری



حجم‌های کروی

حجم‌های منشوری: _____

حجم‌های هرمی: _____

حجم‌های کروی: _____

حجم‌های منشوری، بین دو صفحهٔ موازی قرار می‌گیرند.

به این دو سطح موازی که سطح منشوری را قطع می‌کنند، **قاعده** و به سطح‌های اطراف آن **وجه‌های جانبی** می‌گویند. به محل برخورد سطح‌ها **یال** و به نقطهٔ برخورد هر سه سطح **رأس** می‌گویند.

کار در کلاس

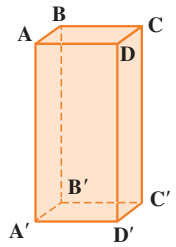
۱ــ مشخص کنید هر یک از منشورهای زیر چند وجه جانبی دارد؛ یال‌ها، رأس‌ها و قاعده‌ها را نام ببرید.

تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها:

یال‌ها:

قاعده‌ها:



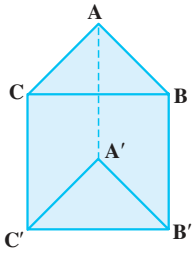
منشور چهارپهلو

تعداد وجه‌های جانبی :

رأس‌ها:

یال‌ها:

قاعده‌ها:



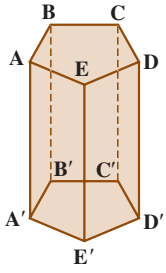
منشور سه‌پهلو

تعداد وجه‌های جانبی:

رأس‌ها:

یال‌ها:

قاعده‌ها:



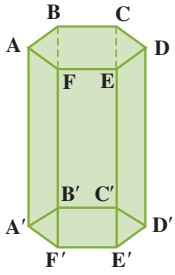
منشور پنج‌پهلو

تعداد وجه‌های جانبی:

رأس‌ها:

یال‌ها:

قاعده‌ها:



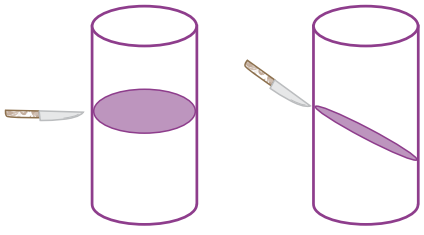
منشور شش‌پهلو

۲ــ برای اینکه در نام بردن یال و رأس چیزی جا نیفتد، از چه راهبردی استفاده می‌کنید؟

۳ــ آیا استوانه هم یک حجم منشوری است؟ چرا؟

فعالیت

با خمیر مجسمه‌سازی (یا می‌توانید از یک سیب‌زمینی استفاده کنید) یک استوانه بسازید. با یک قیچی یا چاقو مانند شکل‌های مقابل، آن را برش بزنید. سطح برش‌خورده را رنگ کنید و روی یک کاغذ بزنید. اثر آن به چه شکلی است؟



همین فعالیت را می‌توانید با برش‌های دیگر تکرار کنید. همچنین به‌جای استوانه می‌توانید منشورهای دیگری را هم امتحان کنید. به این کار **مقطع زدن** می‌گویند.

نرم‌افزارهای زیادی هستند که می‌توانند این فعالیت را شبیه‌سازی کنند. در صورت تمایل از آنها استفاده کنید.

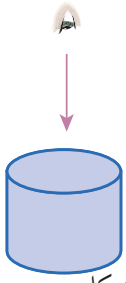
تمرین

۱ــ آیا ممکن است مقطع یک کره و یک استوانه، هم‌شکل باشد؟ در چه صورت؟

آیا ممکن است مقطع یک منشور و یک هرم هم‌شکل باشد؟

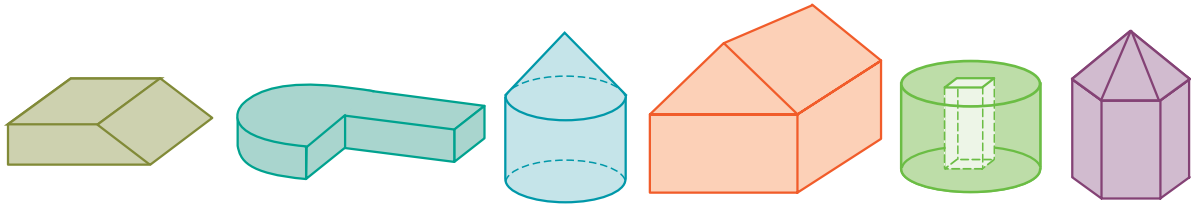
۲ــ یک استوانه از دید بالا به چه شکلی دیده می‌شود؟

یک منشور شش پهلو به چه شکلی دیده می‌شود؟

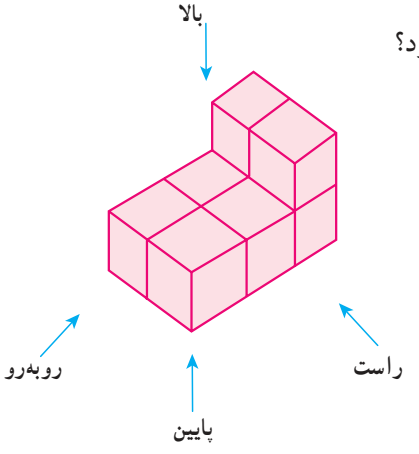


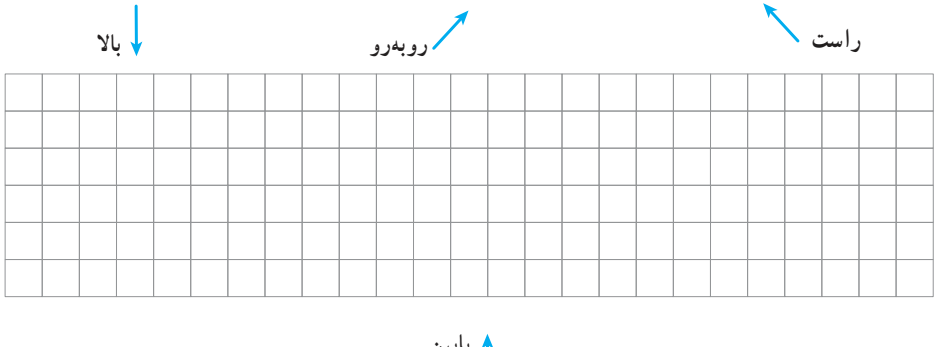
رأس‌های منشوری با قاعدهٔ شش ضلعی منتظم، روی دایرهٔ قاعدهٔ استوانه است. این حجم از بالا به چه شکلی دیده می‌شود؟

۳ــ مشخص کنید هر کدام از حجم‌های زیر، ترکیبی از کدام حجم‌ها هستند؟

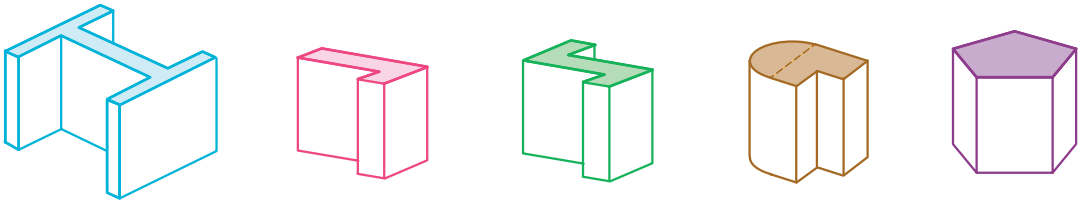


۴ــ حجم مقابل را از ۴ جهت نگاه می‌کنیم. این حجم از ۴ طرف به چه شکلی دیده می‌شود؟





۵ــ قاعدهٔ منشورهای زیر را رسم کنید (در واقع دید از بالا یا همان مقطع منشور است).



۶ــ بلورهای[1] معدنی به‌طور طبیعی شکل می‌گیرند ولی دارای حجم هندسی‌اند. برای نمونه مشخص کنید ۳ بلور روبه‌رو از چه حجم‌هایی درست شده‌اند؟

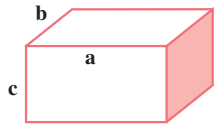


۱ــ مصوب فرهنگستان به‌عنوان معادل Crystal

محاسبهٔ حجم‌های منشوری

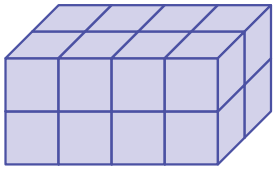
فعالیت

۱ــ در دورهٔ دبستان آموختید که حجم یک مکعب مستطیل برابر است با حاصل‌ضرب طول، عرض و ارتفاع. با توجه به درس جبر که در فصل قبل آموختید، حجم مکعب مستطیل را با یک رابطهٔ جبری نشان دهید.



حجم $V=$

۲ــ قاعدهٔ مکعب مستطیل از ۸ مربع به ضلع یک سانتی‌متر درست شده است. (۴ × ۲)



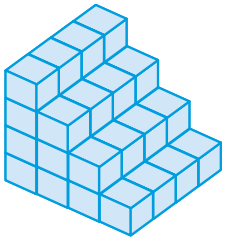
اگر روی این قاعده، مکعب مستطیلی به ارتفاع ۲ سانتی‌متر درست کنیم،

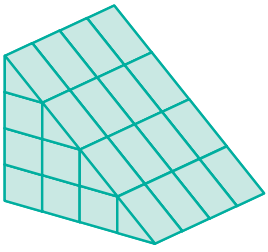
حجم آن چقدر می‌شود؟

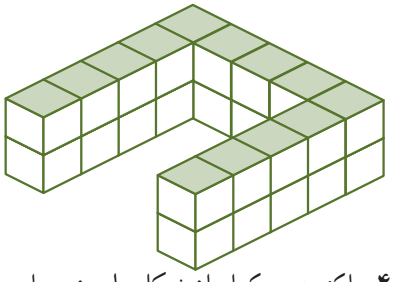
اگر قاعدهٔ مکعب مستطیل ۴ ×۳ باشد، با همان ارتفاع چه حجمی درست می‌شود؟

۳ــ همچنین آموختید که واحد حجم مکعبی به ضلع یک سانتی‌متر یا یک متر، یک سانتی‌متر مکعب یا یک مترمکعب است.

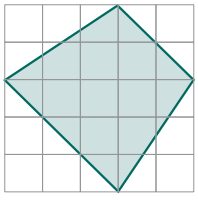
مشخص کنید که هر کدام از حجم‌های زیر از چند مکعب واحد درست شده‌اند.

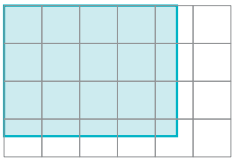




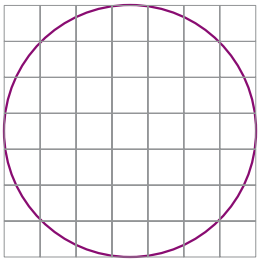


۴ــ اکنون هر کدام از شکل‌های زیر را به مربع‌هایی به ضلع یک سانتی‌متر تقسیم کنید تا مشخص شود قاعدهٔ هر کدام چند مربع به ضلع یک سانتی‌متر است (می‌توانید از عددهای کسری هم استفاده کنید).





اگر روی این قاعده‌ها منشوری به ارتفاع ۳ سانتی‌متر درست کنیم، حجم هر کدام چقدر می‌شود؟



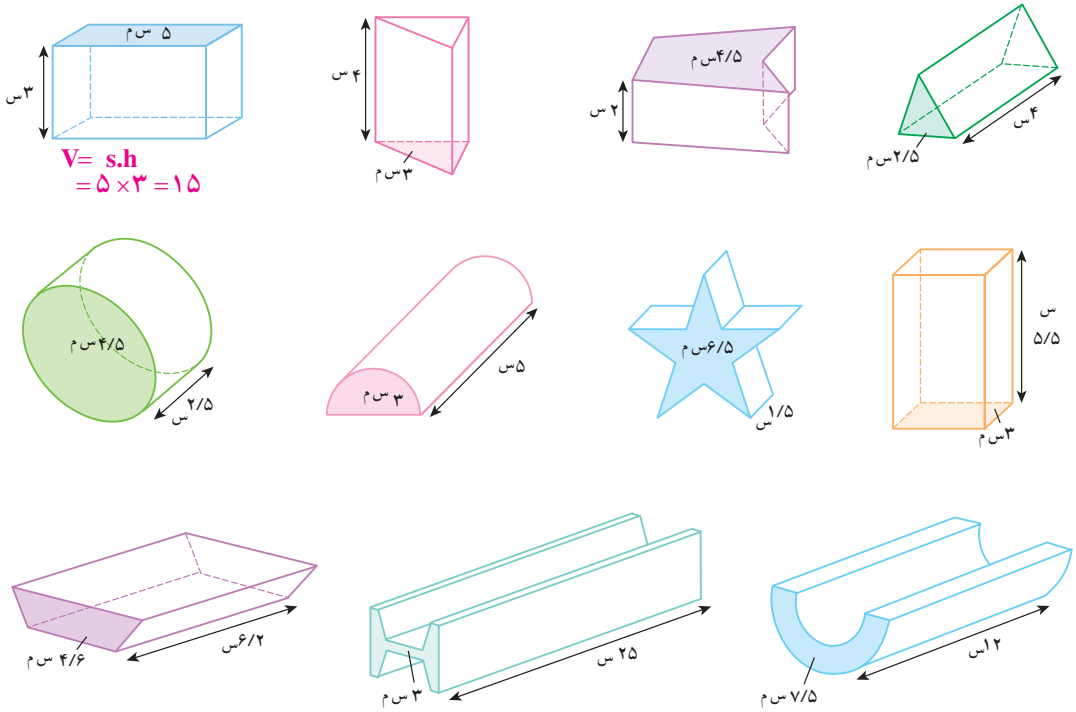
اگر به همین ترتیب بتوانیم مساحت قاعدهٔ هر منشور را با مربع‌های واحد سطح تقریب بزنیم، چگونه می‌توانیم حجم شکل‌های منشوری را به‌دست آوریم؟

برای مثال قاعدهٔ یک استوانه را که به شکل دایره است، با مربع‌های واحد تقریب بزنید و حجم استوانه‌ای به ارتفاع ۳ سانتی‌متر را به‌طور تقریبی به‌دست آورید.

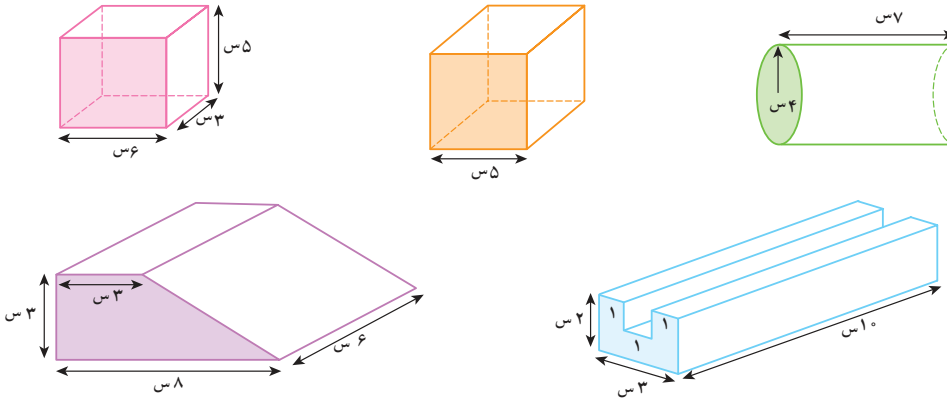
کار در کلاس

۱ــ با توجه به فعالیت صفحهٔ قبل، رابطهٔ جبری به‌دست آوردن حجم‌های منشوری (V) را که درآن، مساحت قاعدهٔ منشور، S و ارتفاع منشور، h است، بنویسید.

۲ــ با توجه به رابطهٔ بالا و مساحت قاعدهٔ داده‌شده، حجم هر شکل را محاسبه کنید.



۳ــ ابتدا مساحت قاعده و سپس حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید. برای به‌دست آوردن مساحت و حجم هر شکل رابطه‌های جبری را بنویسید.



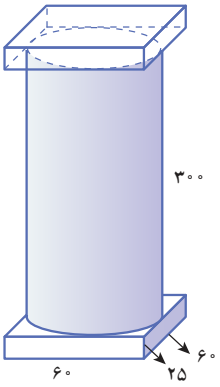


۴ــ منبع آبی به شکل استوانه است. شعاع قاعدهٔ این منبع ۰/۸ متر و ارتفاعش ۲ متر است. منبع موصوف، چند متر مکعب آب می‌گیرد؟

۵ــ یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵ ، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن که به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰ و ۳۰ و ۲۴ سانتی‌متر است، جا می‌گیرد؟

تمرین

۱ــ حجم ستون شکل مقابل را به‌صورت تقریبی پیدا کنید.

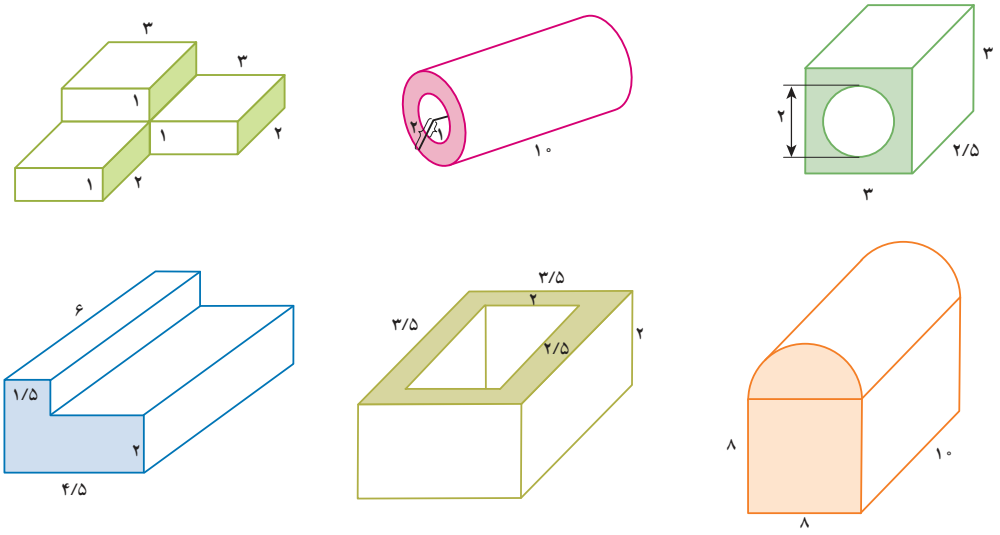


(کل شکل را مکعب مستطیل و یا استوانه درنظر بگیرید.)

حالا کمی دقیق‌تر محاسبه کنید و آن را به سه قسمت تقسیم کنید و حجم سه تکه را جداگانه حساب کنید و مجموع را به‌دست آورید (شعاع قاعدهٔ استوانه چند است؟).

تفاوت دو جواب را به‌دست آورید.

۲ــ حجم اشکال زیر را به دست آورید.



۳ــ چاهی به عمق ۱۲ متر حفر کرده‌ایم. شعاع دهانهٔ این چاه ۰/۴ متر است. وقتی خاک، کنده و بیرون ریخته می‌شود، حجم آن ۱/۳ برابر می‌شود. اگر خاک این چاه بعد از بیرون آمدن در سطحی به ابعاد ۴ و ۵ متر به‌طور یکنواخت ریخته شود تا یک مکعب مستطیل به وجود آید، ارتفاع این مکعب مستطیل چقدر خواهد شد؟

۴ــ حوضی به شکل مکعب مستطیل داریم که ابعاد آن ۴و ۳ و۱/۵ متر است. می‌خواهیم این حوض خالی را با شیر آبی که در هر دقیقه ۶۰ لیتر آب وارد آن می‌کند، پر کنیم. چند ساعت طول می‌کشد تا حوض پر شود؟

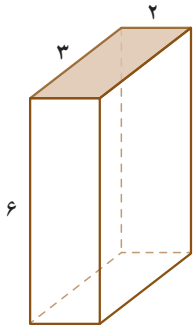
۵ــ یک پارچ به شکل استوانه داریم که ارتفاع آن ۳۰ سانتی‌متر و شعاع قاعدهٔ آن ۸ سانتی‌متر است. آب داخل این پارچ را در لیوان‌هایی به شکل استوانه که ارتفاع آنها ۱۰ سانتی‌متر و شعاع قاعده‌شان ۴ سانتی‌متر است، می‌ریزیم. آب پارچ، چند لیوان را پُر می‌کند؟

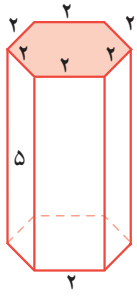
۶ــ قاعدهٔ یک منشور سه‌پهلو، مثلث قائم‌الزاویه‌ای است که ضلع‌های قائمهٔ آن ۳ و ۴ سانتی‌متر طول دارند. ارتفاع این منشور ۶ سانتی‌متر است. حجم این منشور را پیدا کنید.

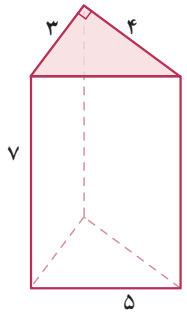
فعالیت

۱ــ مساحت همهٔ وجه‌های جانبی منشورهای زیر را به‌دست آورید. هر وجه جانبی چه شکلی دارد؟

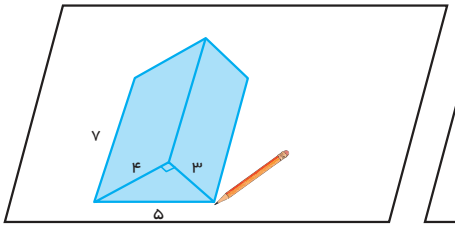
به مجموع این مساحت‌ها مساحت جانبی شکل می‌گویند.

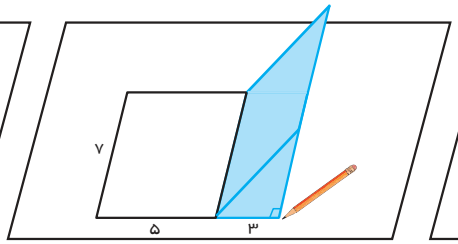


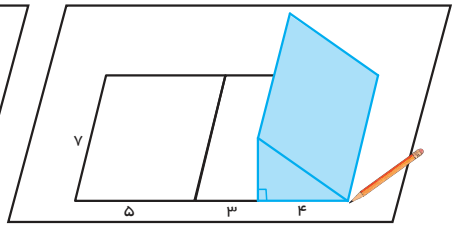




۲ــ برای به‌دست آوردن مجموع مساحت جانبی منشور سه‌پهلوی بالا به صورت زیر، آن را روی کاغذ قرار می‌دهیم و به اندازهٔ طول هر ضلع، یک علامت می‌گذاریم.





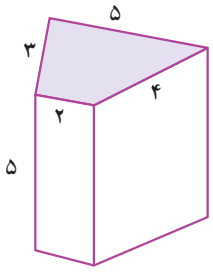


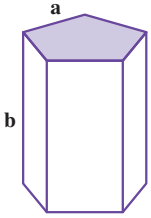
با توجه به شکل‌های بالا چگونه می‌توانستیم به ساده‌ترین روش، مساحت جانبی را به‌دست آوریم؟

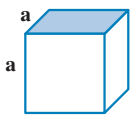
۳ــ با توجه به ۲ سؤال بالا اگر مساحت را با S، محیط را با P و ارتفاع را با h نشان دهیم، رابطهٔ جبری مساحت جانبی منشورهای بالا را بنویسید.

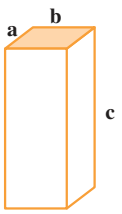
کار در کلاس

۱ــ مساحت جانبی شکل‌های زیر را پیدا کنید.





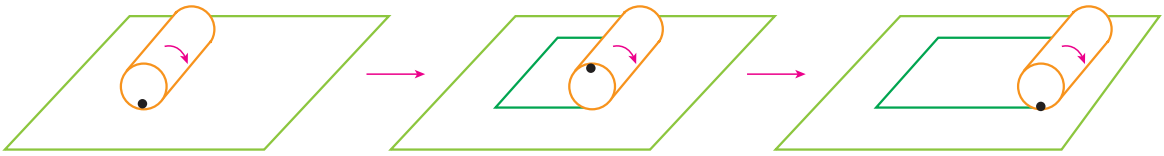




۲ــ ستونی به شکل منشور شش‌پهلو داریم که هر ضلع آن ۰/۲ متر و ارتفاع آن ۵ متر است. می‌خواهیم بدنهٔ جانبی این ستون را کاشی‌کاری کنیم. چند متر مربع کاشی لازم است؟

فعالیت

۱ــ یک استوانه را به شکل زیر، روی یک صفحه می‌غلتانیم و سطحی که استوانه در مسیر حرکتش پوشانده را مشخص می‌کنیم.

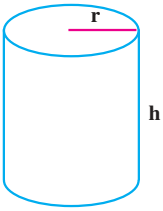


با این کار چه شکلی به‌دست می‌آید؟

طول و عرض آن چگونه مشخص می‌شود؟

مساحت این شکل را چگونه باید محاسبه کنیم؟

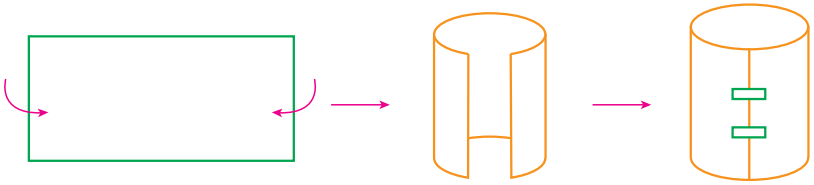
۲ــ با توجه به سؤالات بالا مساحت جانبی یک استوانه به ارتفاع h و شعاع قاعدهٔ r را با عبارت جبری نشان دهید.



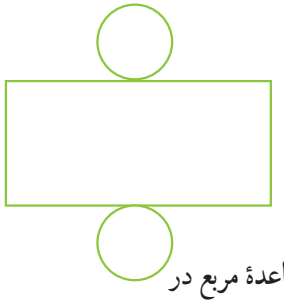
S = _____

کار در کلاس

۱ــ با توجه به فعالیت بالا با یک مستطیل می‌توان یک سطح استوانه‌ای درست کرد.



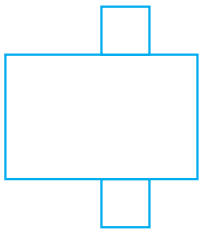
این سطح استوانه‌ای را روی کاغذ بگذارید و دور آن خط بکشید. این دایره، قاعدهٔ استوانه است. هر استوانه دو قاعده دارد؛ پس دو دایره و یک مستطیل مساحت کل استوانه را تشکیل می‌دهند.

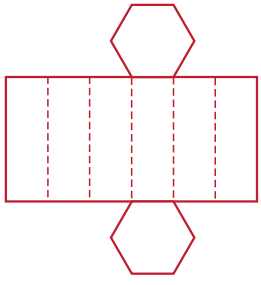


شکل مقابل را گستردهٔ استوانه می‌گویند.

چه رابطه‌ای بین دایره و مستطیل در این گسترده وجود دارد؟

۲ــ گستردهٔ یک منشور شش پهلو با قاعدهٔ شش ضلعی منتظم و گستردهٔ یک مکعب مستطیل با قاعدهٔ مربع در شکل‌های زیر رسم شده‌اند.

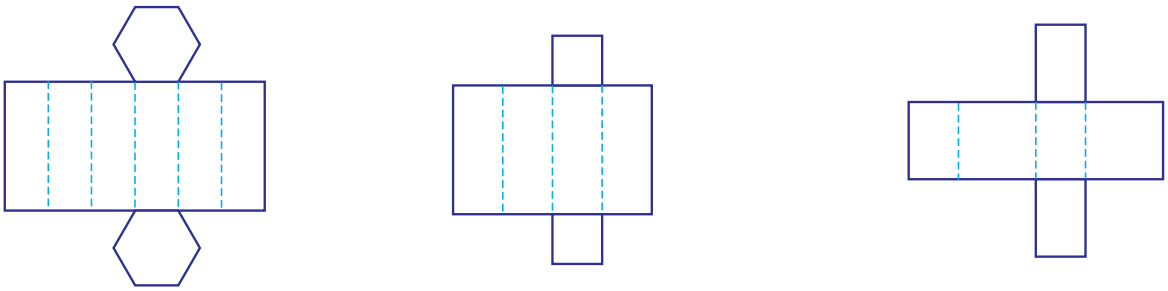




چه رابطه‌ای بین قاعده‌ها و مستطیل‌ها وجود دارد؟

تمرین

۱ــ در شکل زیر گستردهٔ چند منشور نشان داده شده است. آنها را روی کاغذ بکشید و منشورها را درست کنید و به کلاس بیاورید.



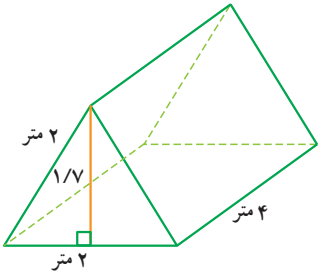
در چه صورت گستردهٔ شکل وسط به یک مکعب تبدیل می‌شود؟



۲ــ یک غلتک باید ۴ بار روی زمین آسفالت‌شده غلت بزند تا سطح آن صاف شود. اگر شعاع غلتک ۵۰ سانتی‌متر و ارتفاع استوانهٔ آن ۱ متر باشد، برای آسفالت کردن سطح یک کوچه به طول ۲۰ و عرض ۴ متر، این غلتک باید به‌طور تقریبی چند دور بچرخد؟

۳ــ یک چرخ ماشین که کاملاً خیس شده است، پس از ۱۰ دور چرخیدن روی زمین جای خود را مشخص می‌کند و نهایتاً خشک می‌شود. اگر ضخامت این چرخ ۲۰ سانتی‌متر و قطر آن ۷۰ سانتی‌متر باشد، چه مساحتی از زمین را خیس خواهد کرد؟

۴ــ یک چادر مسافرتی به شکل مقابل داریم. چند متر پارچه برای ساخت آن به‌کار رفته است؟



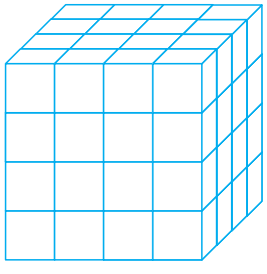
حجم این چادر چقدر است؟

۵ــ شعاع قاعدهٔ یک مخزن نفت به شکل استوانه‌ای ۳ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می‌خواهیم بدنهٔ خارجی و سقف آن را رنگ بزنیم. اگر هزینهٔ رنگ کردن هر متر مربع ۳۰۰۰ تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چقدر باید هزینه کرد؟

۶ــ می‌خواهیم با مقوا مکعبی به ضلع ۱۰ سانتی‌متر بسازیم. چند سانتی‌متر مربع مقوا به‌کار می‌رود؟

۷ــ یک جعبه به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۳۰ و ۵۰ و ۴۰ سانتی‌متر را با کاغذ کادو پوشانده‌ایم. برای پوشاندن این جعبه حداقل چند سانتی‌مترمربع کاغذ کادو مصرف شده؟ چرا در این مسئله حداقل کاغذ لازم خواسته شده است؟

۸ــ با مکعب‌های به ضلع ۱ واحد حجم مقابل را ساخته‌ایم. اگر تمام سطح‌های این حجم را رنگ کنیم، چند مکعب رنگ نمی‌شود؟



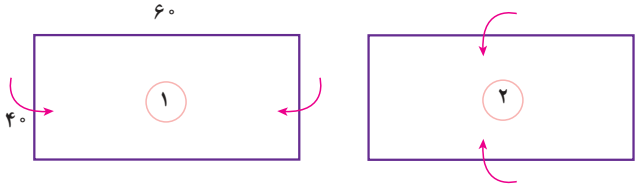
چند مکعب رنگ می‌شود؟

چند مکعب ۲ وجهشان رنگ می‌شود؟

چند مکعب ۳ وجهشان رنگ می‌شود؟

فعالیت

۱ــ یک مستطیل به‌طول و عرض داده‌شده را به دو صورت روبه‌رو لوله می‌کنیم تا دو استوانه به‌دست آید.



در هر حالت حجم استوانه را به‌دست آورید. مانند نمونه از رابطه‌های جبری کمک بگیرید. برای ساده‌تر شدن محاسبه‌ها عدد پی(π) را ۳ در نظر بگیرید. در هر حالت ابتدا شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را مشخص کنید.

$V_۱=h_۱\times S_۱ =h_۱\times r_۱\times r_۱\times \pi=$

$V_۲ = h_۲\times S_۲ =$

با مقایسهٔ حجم‌ها و با توجه به اینکه هر دو حجم با یک مستطیل ساخته شده است، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲ــ یک کارخانهٔ تولید چای دو نوع بسته‌بندی به شکل‌های روبه‌رو دارد. هر دو نوع قوطی با ورق گالوانیزه (روی‌اندود)[۱] درست شده‌اند. در کدام‌یک چای بیشتری جا می‌گیرد؟



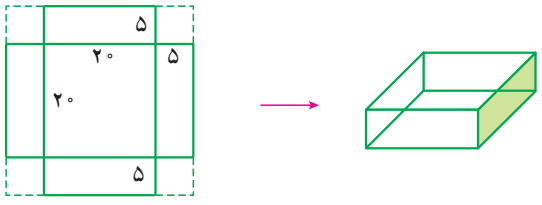
در کدام‌یک ورق گالوانیزه بیشتری برای ساخت قوطی به‌کار رفته است؟ در محاسبات خود عدد π را ۳ در نظر بگیرید.

با توجه به عددهای بالا اگر شما مدیر کارخانه باشید، کدام نوع بسته‌بندی را انتخاب می‌کنید؟ چرا؟

کدام نوع بسته‌بندی برای حمل‌ونقل، مناسب‌تر است و جای کمتری می‌گیرد؟ چرا؟

کار در کلاس

برای بسته‌بندی شیرینی، جعبه‌هایی درست می‌کنند که شکل گستردهٔ آنها به‌صورت زیر است. پس از تا کردن مربع‌های کوچک گوشه‌ها روی هم قرار می‌گیرند و جعبه درست می‌شود.





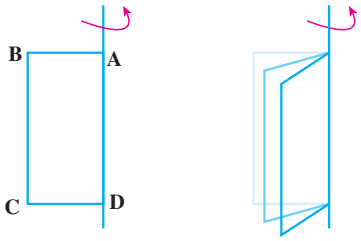
با توجه به اندازه‌های داده‌شده، حجم (گنجایش) جعبه را پیدا کنید.

اگر اندازهٔ ضلع مربع اولیه همان ۳۰ سانتی‌متر باشد ولی به‌جای ۵ سانتی‌متر لبه‌ها را ۶ سانتی‌متر درنظر بگیریم، جعبه‌ای که با همین مقوا ساخته می‌شود، حجم بیشتری خواهد داشت یا کمتر؟

۱ــ مصوب فرهنگستان به‌عنوان معادل Galvanized

فعالیت

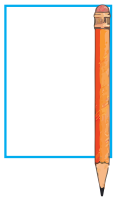
مستطیل ABCD را حول محوری که از AD می‌گذرد، دوران می‌دهیم. شکل زیر نشان می‌دهد که مستطیل‌ها چگونه حرکت می‌کنند.



شما هم مانند شکل مقابل، کاغذی را روی مدادی بچسبانید و آن را بچرخانید و حرکت مستطیل را تماشا کنید.

با چرخاندن این مستطیل چه حجمی به وجود می‌آید؟

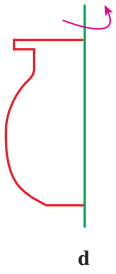
مشخصات آن حجم را بنویسید.



با حرکت یک سطح در فضا، حجم ساخته می‌شود. همین کار را برای شکل‌های دیگر نیز می‌توان انجام داد تا حجم‌های دیگری ساخته شوند. در سال‌های بعد در این مورد بیشتر توضیح داده خواهد شد.

کار در کلاس

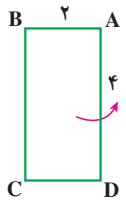
۱ــ سطحی مثل شکل مقابل را حول محور d دوران می‌دهیم.

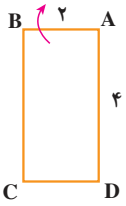


حجم ساخته شده، چه شکلی خواهد داشت؟ می‌توانید با چرخاندن یک فرفره، حجم ایجاد شده از حرکت آن را ببینید.

از این خاصیت در خرّاطی، تراشکاری و سفالگری برای ساختن حجم‌های مختلف استفاده می‌کنند.

۲ــ یک مستطیل را یک بارحول محور AD و یک بار حول محور AB دوران دهید. حجم حاصل از این دوران را حساب کنید.

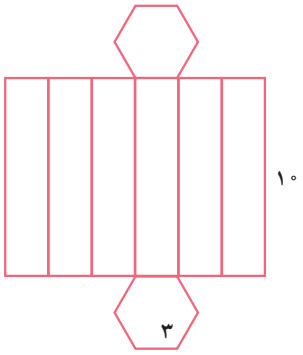




تمرین

۱ــ یک مقوا به طول و عرض ۵ × ۲۰ را به شکل استوانه‌ای به ارتفاع ۵ در آورده‌ایم. یک مقوای دیگر به ابعاد ۱۰×۱۰ را نیز به شکل استوانه درآورده‌ایم. با توجه به اینکه مساحت مقواها در دو حالت برابر است، کدام استوانه حجم بیشتری دارد؟

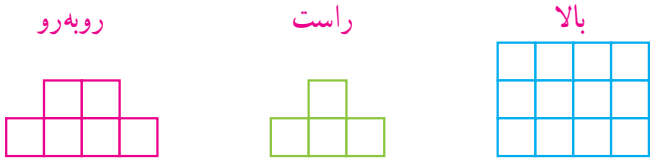
۲ــ با شکل مقابل یک منشور درست کرده‌ایم. مساحت جانبی آن را پیدا کنید.



۳ــ یک صابون مکعب‌مستطیل‌شکل به حجم ۳۲ سانتی‌متر مکعب پس از چند بار مصرف، کوچک شده و ابعاد آن، به $۲\frac{۱}{۲}$ و ۴ و $۱\frac{۱}{۲}$ سانتی‌متر کاهش یافته است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟

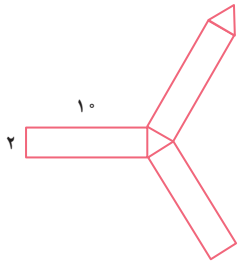
۴ــ یک استوانه که با یک مقوا به‌طول ۲۰ و عرض ۱۰ سانتی‌متر ساخته شده به‌طور تقریبی چه حجمی دارد؟ (ارتفاع استوانه ۲۰ است.)

۵ــ یک حجم از بالا و سمت راست و روبه‌رو به‌صورت زیر دیده می‌شود؛ آن را رسم کنید.

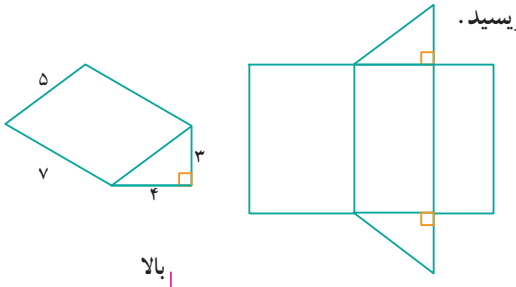


۶ــ شکل مقابل، گستردهٔ یک منشور را نشان می‌دهد.

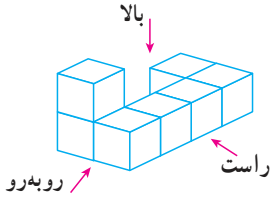
مساحت جانبی منشور را پیدا کنید.



۷ــ با توجه به حجم منشور و ابعاد آن، اندازهٔ ضلع‌های گستردهٔ آن را بنویسید.



۸ــ حجم مقابل از راست، بالا و روبه‌رو چگونه دیده می‌شود؟



مرور فصل ۶

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل، اصطلاحات زیر به‌کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- حجم هندسی
- حجم منشوری
- مساحت جانبی
- مساحت کل
- گسترده

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه تهیه کنید.

- انواع حجم‌های هندسی
- حجم مخروطی و حجم منشوری
- قاعده، وجه، یال و رأس حجم‌های منشوری
- مقطع زدن یک حجم منشوری
- رابطهٔ پیدا کردن حجم‌های منشوری
- رابطهٔ پیدا کردن مساحت جانبی حجم‌های هندسی
- رابطهٔ پیدا کردن مساحت کل حجم‌های منشوری
- ساختن یک حجم به کمک گستردهٔ آن
- دوران سطح حول یک محور و ساختن حجم
- مقایسهٔ حجم‌هایی که با یک سطح مشخص درست شده‌اند.

کاربرد

کاربردهای این فصل در زندگی روزمره فراوان است. در دنیایی از اجسام زندگی می‌کنیم و نیاز داریم حجم‌های مختلف را اندازه بگیریم و برای ساختن حجم‌ها نیز از سطح‌ها (کاغذ، مقوا، ورق و ...) استفاده می‌کنیم.

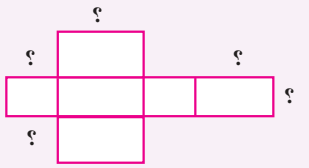
تمرین‌های ترکیبی

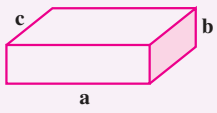
در صورتی که توانستید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن باشید که این فصل را به‌خوبی آموخته‌اید.

۱ــ حجم، مساحت جانبی و مساحت کل شکل‌های زیر را به‌دست آورید.

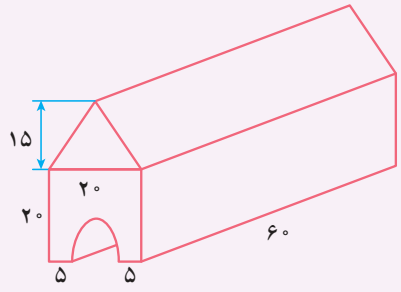
استوانه به شعاع قاعدهٔ ۲ و ارتفاع ۲ منشور چهارپهلو با قاعدهٔ مربع به ضلع ۲ و ارتفاع ۲۰

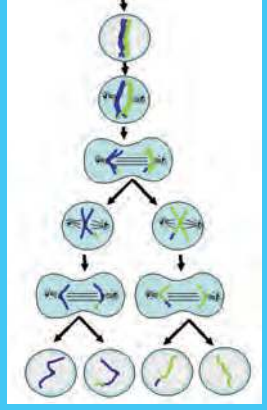
۲ــ الف) با توجه به شکل مکعب مستطیل، اندازهٔ ضلع‌های خواسته‌شده روی گستردهٔ آن را مشخص کنید.





ب) حجم شکل مقابل را به‌دست آورید.





فصل ۷

توان و جذر

وقتی یک سلول (یاخته)[۱] به سلول‌های دیگر، تبدیل و این عمل تکرار می‌شود، در مدت کوتاهی تعداد سلول‌ها به‌سرعت افزایش پیدا می‌کند.

رشد تعداد سلول‌ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است که جراحت پوست در مدت کوتاهی ترمیم می‌شود و سلول‌های جدید جایگزین سلول‌های مرده می‌شوند.

- **تعریف توان**
- **محاسبهٔ عبارت‌های توان‌دار**
- **ساده کردن عبارت‌های توان‌دار**
- **جذر و ریشه**

۱ــ مصوب فرهنگستان به‌عنوان معادل Cell, Cellule

تعریف توان

فعالیت

یک کاغذ را چند بار تا می‌زنیم و هر بار تعداد قسمت‌هایی را که کاغذ به آنها تقسیم شده است، می‌شماریم. چه الگویی در تعداد قسمت‌ها می‌بینید؟



تعداد تا	۰	۱	۲	۳	۴
تعداد قسمت‌ها	۱	۲	۲×۲	۲×۲×۲	۲×۲×۲×۲

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای nام چند قسمت خواهیم داشت؟

چه راهی برای خلاصه کردن عبارت‌های بالا پیشنهاد می‌کنید؟ $\underbrace{۲\times۲\times۲\times\ldots\ldots\times۲}_{n\text{ بار}}$

(با توجه به اینکه در عمل، تا کردن کاغذ، بیش از چندمرحله ممکن نخواهد بود، برای یافتن جواب‌ها از شکل‌های داده‌شده استفاده کنید.)

عبارتی مانند ۲×۲×۲×۲×۲ را در ریاضیات برای ساده‌تر شدن به‌صورت $۲^۵$ می‌نویسیم و آن را چنین می‌خوانیم : ۲ به توان ۵.

در عبارت $۲^۵$ ، ۲ را **پایه** و ۵ را **توان** می‌نامیم.

(درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می‌دادیم. (۲×۵ = ۲+۲+۲+۲+۲))

کار در کلاس

۱ــ جدول مقابل را کامل کنید.

حاصل	خوانده می‌شود	شکل ساده‌شده	عبارت
۴۹	هفت به توان ۲	$۷^۲$	۷×۷
		۲×۷	۷+۷
			۲/۵×۲/۵×۲/۵
		$۱^۳$	
		۲×۱	
		$(\frac{۵}{۳})^۲$	$\frac{۵}{۳}\times\frac{۵}{۳}$

پس از آن عبارت‌های زیر را به‌صورت ساده‌شده بنویسید.

۴×۴×۴=

۹×۹×۹×۹×۹×۹ =

۲×۲×۲×۲×۲×۲×۲×۲×۲=

a×a×a= b×b=

۲ــ عددهای داده‌شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به‌صورت عدد توان‌دار بنویسید.

۱۳۵ ۲۰۰ ۱۴۴ (۱۲ ۱۲) ۳۶ (۶ ۶ / ۲ ۳ ۲ ۳)

$۳۶ = ۲\times۲\times۳\times۳=۲^۲\times۳^۲$

۳ــ کدام‌یک درست وکدام‌یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

$۹^۲ = ۱۸$ $(\frac{۲}{۳})^۲ = \frac{۴}{۹}$ $۵^۲ = ۵\times۲$ $۴^۲ = ۶۴$

$(\frac{۳}{۴})^۲ = \frac{۹}{۴}$ $۵^۲ = ۲^۵$ $\frac{۳^۲}{۵} = \frac{۹}{۲۵}$ $(\frac{۱}{۳})^۴ = \frac{۴}{۸۱}$

۴ــ تساوی‌ها را کامل کنید.

$(\frac{a}{b})^۲ =$ $b^۳ =$ $a\times a\times a\times a =$

$(y+x)(y+x) =$ $x\times x =$ $\frac{a\times a\times a}{b} =$

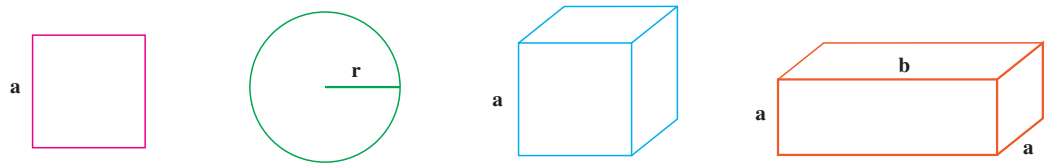
$\frac{x\times x\times x}{y\times y\times y\times y\times y} =$ $(ab)^۲ =$

۵ــ درتکثیر سلول‌ها، هر سلول به ۲ سلول تقسیم می‌شود. دوباره هرکدام از آن سلول‌ها خودشان به ۲ سلول تقسیم می‌شوند و این روند، ادامه پیدا می‌کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به‌صورت عدد توان‌دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴			۷	n
تعداد سلول	۲	۲×۲			...		...	
به‌صورت توان‌دار	$۲^۱$	$۲^۲$						

تمرین

۱ــ با توجه به شکل‌های زیر، مساحت و حجم‌های خواسته‌شده را با عبارت‌های توان‌دار جبری نمایش دهید.



S=a×a S= ۳/۱۴×r×r = V=a×a×a = V=

۲ــ جمله‌های کلامی زیر را به‌صورت عبارت جبری نشان دهید.

☐ هر عدد به توان یک، برابر خودش می‌شود: $a^{۱} = a$

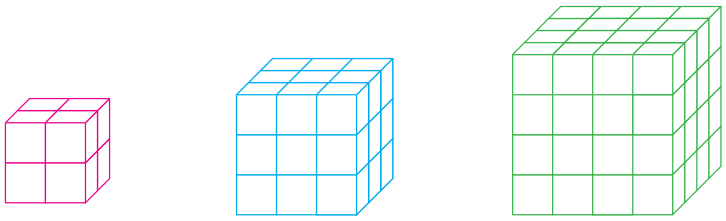
☐ یک به توان هر عدد، برابر یک می‌شود:

☐ مجذور هر عدد، یعنی آن عدد به توان ۲: = مجذور a

☐ مکعب یک عدد، یعنی آن عدد به توان ۳: = مکعب x

☐ صفر به توان هر عدد جز صفر، برابراست با:

۳ــ تعداد مکعب‌های کوچک ۱×۱×۱ را در هر شکل با یک عدد توان‌دار نشان دهید.



مکعب n تایی

۴ــ حاصل هر عبارت توان‌دار را به‌دست آورید.

$۳^{۲}$= $۴^{۲}$= $۵^{۲}$= $۶^{۲}$= $۷^{۲}$ =

$۸^{۲}$= $۹^{۲}$= $۱۰^{۲}$= $۱۱^{۲}$= $۱۲^{۲}$=

= مجذور دو = مجذور یک = مکعب دو = مکعب یک

$\frac{۲^{۳}}{۵^{۲}}$ = $(\frac{۳}{۴})^{۳}$ = $\frac{۲^{۴}}{۷}$ = ۰/$۲^{۲}$ =

۰/۰$۱^{۲}$ = ۱/$۱^{۲}$ = ۲/$۱^{۲}$ = ۰/$۵^{۲}$ =

۵ــ مقدار عبارت ۳^{n} را به ازای عددهای داده‌شده به‌دست آورید.

n	۱	۲	۳	۴
۳^{n}	$۳^{۱}$ =	$۳^{۲}$ =		

۶ــ حاصل عددهای $۲^{۱}$، $۲^{۲}$، $۲^{۳}$، $۲^{۴}$، $۲^{۵}$ را به‌دست آورید و به‌صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد مناسبی برای محور عمودی رسم کنید). در مورد شیوهٔ رسم هر ستون توضیح دهید. آیا می‌توانید $۲^{۶}$ یا $۲^{۷}$ را در دفتر خود رسم کنید؟ چرا؟

۷ــ عدد $۱۱^{۱۲}$ به‌طور تقریبی چندرقمی است؟ چرا؟

محاسبهٔ عبارت توان‌دار

فعالیت

ترتیب انجام عملیات را در دورهٔ دبستان آموخته‌اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به‌صورت

۱) پرانتز ۲) توان ۳) ضرب و تقسیم ۴) جمع و تفریق انجام می‌شود.

به کامل کردن مراحل محاسبهٔ عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوهٔ نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{۲\times۴+۱۰}{۹^۲-۵^۲}=\frac{\_\_\times۴+۱۰}{\_\_-\_\_}=\frac{\_\_+۱۰}{\_\_}=\_\_\_\_=\_\_\_\_$$

محاسبهٔ توان‌ها — محاسبهٔ ضرب — محاسبهٔ جمع و تفریق — ساده کردن

محاسبه‌های بعدی را کامل کنید.

$$۲\times۳^۲-(۲^۲+۲)=۲\times\_\_\_\_(\_\_\_\_+۲)=\_\_\_\_-\_\_\_\_=$$

$$\frac{۱۰\div(۸-۶)+۹\times۴}{۲^۵+۳^۵}=\frac{۱۰\div\_\_\_\_+۹\times۴}{\_\_\_\_+\_\_\_\_}=\frac{\_\_\_\_+\_\_\_\_}{\_\_\_\_}=$$

کار در کلاس

۱ــ حاصل عبارت‌ها را به‌دست آورید.

$۲^۵-۳^۲=$ $۲^۵\times۳^۲=$ $۲^۵+۳^۲=$

$۵^۲-۵\times۲=$ $(\frac{۱}{۲})^۲+\frac{۳}{۸}=$ $۲^۵\div۸=$

$\frac{۱}{۲}+(\frac{۱}{۲})^۲+(\frac{۱}{۲})^۳=$ $(\frac{۲}{۵})^۲-(\frac{۵}{۲})^۲=$

$۵^۱+۱^۵+۰^۵=$ $۲^۴-۳^۳+۱^۵=$

۲ــ کدام‌یک درست و کدام‌یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$(۴\times۳)^۲=۳^۲\times۴^۲$ $(۳+۲)^۲=۲^۲+۳^۲$

$۵\times۶^۲=(۶\times۵)^۲$ $(\frac{۲}{۳})^۲=\frac{۲۲}{۳۲}$

$۲^۳\times۲^۴=۲^۷$ $۲^۲\times۵^۲=۱۰^۴$

۳ــ روش محاسبه را توضیح دهید.

$$۲^۸+۸^۲=۲\times۲\times۲\times۲\times۲\times۲\times۲\times۲+۸\times۸$$

فعالیت

۱ــ مانند نمونه، عبارت‌های توان‌دار را حساب کنید.

$(-۲)^{۳} =$ $(-۲)^{۲} = (-۲) \times (-۲)$ $۲^{۳} = ۲ \times ۲ \times ۲ =$

$(-۲)^{۶} =$ $(-۲)^{۵} =$ $(-۲)^{۴} =$

با توجه به توان‌ها و حاصل عبارت‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲ــ عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$(-۲)^{۳} =$ $-۲^{۳} = -۲ \times ۲ \times ۲ =$

$(-۲)^{۴} =$ $-۲^{۴} =$

۳ــ الگوی عددی زیر را کامل کنید.

$۲^{۶} \longrightarrow ۲^{۵} \longrightarrow ۲^{۴} \longrightarrow ۲^{۳} \longrightarrow ۲^{۲} \longrightarrow ۲^{۱} \longrightarrow ۲^{۰}$

$۶۴ \longrightarrow ۳۲ \longrightarrow ۱۶ \longrightarrow \quad \longrightarrow \quad \longrightarrow \quad \longrightarrow$

ارتباط بین عددهای توان‌دار و حاصل آنها را توضیح دهید.

به نظر شما در جای خالی، چه عددی باید نوشت؟

کار در کلاس

۱ــ حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

$-۱^{۵} =$ $(-۵)^{۲} =$ $-۳^{۲} =$

$-۱^{۴} =$ $(-۱)^{۴} =$ $(-۱)^{۵} =$

$۷^{۰} =$ $۴ + ۲^{۰} =$ $۰^{۵} + ۱/۱^{۰} =$ $(-۹)^{۰} =$ $(\frac{۲}{۷})^{۰} =$

$(-۲)^{۳} =$ $۵^{۰} =$ $۲^{۳} =$ $-۱^{۵} =$

۲ــ در جای خالی علامت $<$ یا $=$ یا $>$ بگذارید.

$(-۲)^{۱} \bigcirc (-۲)$ $(\frac{۳}{۵})^{۲} \bigcirc ۲^{۰}$ $۷^{۰} \bigcirc ۷^{۱}$ $۲^{۰} \bigcirc ۲^{۱}$

تمرین

۱ــ کدام درست و کدام نادرست است؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$(-\frac{۲}{۳})^{۰}+(\frac{۱}{۳})^{۰}>۱$ $\quad$ $(۲\frac{۱}{۲})^{۰}>(-\frac{۱}{۲})^{۲}$ $\quad$ $(۳+۲)^{۰}=۲^{۰}+۳^{۰}$

$۴^{۰}<(-۲)^{۲}$ $\quad$ $۲^{۰}+۳^{۰}+۵^{۰}=۱$ $\quad$ $۴+۲^{۰}=۶$

۲ــ الف) حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

$۲\times۱۰^{۳}+۴\times۱۰^{۲}+۷\times۱۰^{۱}+۲\times۱۰^{۰}=$

$۵\times۱۰^{۳}+۰\times۱۰^{۲}+۱\times۱۰^{۱}+۹\times۱۰^{۰}=$

ب) با توجه به تمرین‌های بالا عددهای زیر را به‌صورت گسترده و سپس به‌صورت توانی نمایش دهید.

$۴۲۳۵=۴۰۰۰+۲۰۰+۳۰+۵=$

$۹۲۰۷=$

۳ــ به‌جای n عددهای ۱ تا ۵ را قرار دهید و دو عبارت ۴^{n} و $n^{۴}$ را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین‌حساب استفاده کنید.

n	۱	۲	۳	۴	۵
۴^{n}					
$n^{۴}$					

برای $n=۱۰$ کدام‌یک بزرگ‌تر از دیگری است؟

۴ــ در بعضی از ماشین‌حساب‌ها از کلید توان به‌صورت زیر استفاده می‌شود. برای مثال $۲^{۳}$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود. حالا شما عددهای مختلف را در ماشین‌حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه راه دیگری برای پیدا کردن جواب $۲^{۳}$ وجود دارد؟



۵ــ حاصل عبارت‌ها را به ازای عددهای داده‌شده به‌دست آورید.

$a^{۲}-b^{۲}+ab$ $\quad$ $a=-۲$ $\quad$ $b=۲$

$a^{۳}-۲b^{۲}+a^{۲}b$ $\quad$ $a=۱$ $\quad$ $b=-۲$

ساده کردن عبارت‌های توان‌دار

فعالیت

۱ــ زهره می‌خواست مسئله‌هایی را که معلم برای تمرین تعیین کرده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش‌آموزان مساحت مستطیلی به طول $۲^۴$ و عرض $۲^۳$ را به‌دست آورند. زهره به‌صورت زیر عمل کرد و عبارت‌ها را به‌صورت ضرب نوشت.

$$S = a\times b = ۲^۴\times ۲^۳ = \underbrace{۲\times ۲\times ۲\times ۲}_{\text{۴ مرتبه}} \times \underbrace{۲\times ۲\times ۲}_{\text{۳ مرتبه}}$$

سیما با مشاهدهٔ عبارت زهره به او گفت: هفت تا ۲ ضرب شده است؛ پس عبارت تو با $۲^۷$ برابر است. نتیجه‌گیری سیما را با یک تساوی نشان دهید.

۲ــ مانند نمونه عمل کنید.

$$۵^۲\times ۵^۴ = \underbrace{۵\times ۵}_{\text{۲ مرتبه}}\times \underbrace{۵\times ۵\times ۵\times ۵}_{\text{۴ مرتبه}} = ۵^۶$$

$۷^۳\times ۷^۳ =$ $\qquad$ $۴^۲\times ۴^۳ =$

$a^۳\times a^۴ =$ $\qquad$ $x^۲\times x^۳ =$

با توجه به تساوی‌های بالا یک رابطه برای ساده کردن ضرب عبارت‌های توان‌دار با پایه‌های مساوی بنویسید.

۳ــ با توجه به رابطهٔ بالا مانند نمونه، عبارت توان‌دار را به صورت ضرب ۲ یا چند عبارت توان‌دار بنویسید.

$۲^۷ = ۲^۵\times ۲^۲$ $\qquad$ $۲^۷ = \times$ $\qquad$ $۲^۷ = \times \times$

$۵^۹ = \times$ $\qquad$ $۵^۹ = \times$ $\qquad$ $۵^۹ = \times \times$

کار در کلاس

۱ــ حاصل عبارت‌های زیر را به‌صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$(-۴)^۱\times(-۴)^۵ =$ $\qquad$ $(-۲)^۴\times(-۲)^۲ =$ $\qquad$ $۵^۳\times ۵^۴ =$

$۱/۵^۴\times \left(\frac{۳}{۲}\right)^۴ =$ $\qquad$ $\left(\frac{۱}{۲}\right)^۵\times ۰/۵^۲ =$ $\qquad$ $۷^۳\times ۷ =$

۲ــ با باز کردن عبارت توان‌دار، جواب را ساده‌تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$۵^۴ =$ $\qquad$ $۴^۴ =$ $\qquad$ $۲^۶ =$ $\qquad$ $۳^۴ = ۳^۲\times ۳^۲ = ۹\times ۹ = ۹^۲$

۳ــ اگر $۲^{۱۰} = ۱۰۲۴$ باشد حاصل $۲^{۱۲}$ را به‌دست آورید.

فعالیت

۱ــ مانند نمونه عبارت‌ها را باز کنید و دوباره به‌صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$۲^۳\times۵^۳ = ۲\times۲\times۲\times۵\times۵\times۵ = ۱۰\times۱۰\times۱۰ =$

$۳^۲\times۴^۲ =$ $\qquad$ $(\frac{۲}{۷})^۳\times۵^۳ =$

$a^۲\times b^۲ =$ $\qquad$ $x^۴\times y^۴ =$

با مقایسهٔ تساوی‌ها یک قانون کلامی برای ساده کردن ضرب عبارت‌های توان‌دار با توان‌های مساوی به‌دست آورید.

۲ــ با قانونی که به‌دست آورده‌اید، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$۲^۴\times۳^۴ =$ $\qquad$ $(\frac{۲}{۳})^۶\times(\frac{۳}{۴})^۶ =$ $\qquad$ $(\frac{۱}{۲})^۵\times۳^۵ =$

$(-۲)^۷\times(-۱)^۷ =$ $\qquad$ $(-۲)^۵\times۳^۵ =$ $\qquad$ $x^۲\times y^۲ =$

۳ــ به تساوی‌های روبه‌رو توجه کنید. $۶^۵ = (۲\times۳)^۵ = ۲^۵\times۳^۵$ $\qquad$ $(ab)^۳ = a^۳\times b^۳$

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان‌دار زیر را باز کنید.

$۱۲^۸ =$ $\qquad$ $۱۰^۴ =$ $\qquad$ $۱۵^۷ =$

$۳۰^۵ =$ $\qquad$ $(xyz)^۴ =$ $\qquad$ $(xy)^{۱۰} =$

کار در کلاس

۱ــ مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را تا جایی که ممکن است ساده کنید.

$۷^۲\times۷^۳\times۹^۵ =$ $\qquad$ $۵^۲\times۵^۴\times۷^۶ = \_\_\_\_\_\times۷^۶ = \_\_\_\_\_$

(ضرب با پایه‌های مساوی — ضرب با توان‌های مساوی)

$۲^۳\times۶^۳\times۳^۷\times۴^۷ = \_\_\_\_\_\times\_\_\_\_\_ =$

$(۲^۵\times۳^۲\times۵)\times(۲^۲\times۳^۵\times۵^۶) =$

۲ــ عبارت توان‌دار مقابل را تا جایی که ممکن است، ساده کنید. $۲^a\times۲^b =$

به‌جای a و b یک‌بار عددهای ۳ و ۵ و یک بار ۴ و ۷ قرار دهید و تساوی‌ها را به‌صورت عددی بنویسید.

تمرین

۱ــ در تساوی‌های زیر به‌جای a و b و c عددهای مختلفی قرار دهید و تساوی‌های عددی بسازید.

$a^b \times a^c = a^{b+c}$ $\qquad$ $a^c \times b^c = (a \times b)^c$

۲ــ با استفاده از تجزیه به عددهای اول، هر عدد را به‌صورت توان‌دار بنویسید.

$۱۰۰۰۰ =$ $\qquad$ $۴۴۱ =$ $\qquad$ $۲۵۶ =$ $\qquad$ $۱۲۱ =$

۳ــ مسئله‌هایی طرح کنید که پاسخ آنها : الف) $۲^۳$ $\qquad$ ب) ۲×۳ $\qquad$ ج) باشد $۵^۲$.

۴ــ عددهای توان‌دار را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. $۹^۲$ و $۸^۱$ و $۶^۰$ و $۴^{۱۰}$ و $۳^۵$

۵ــ کدام‌یک درست و کدام‌یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$۴^۳ + ۲^۳ = ۶^۳$ $\qquad$ $۳^۲ \times ۲^۳ = ۶^۵$ $\qquad$ $۴^۳ \times ۴^۴ = ۴^{۱۲}$

$۴^۱ + ۳^۱ = ۷^۱$ $\qquad$ $۳^۲ \times ۲^۲ = ۶^۲$ $\qquad$ $۴^۳ \times ۴^۴ = ۴^۷$

$(\frac{۲}{۳})^۰ \times (\frac{۲}{۳})^۷ = (\frac{۲}{۳})^۷$ $\qquad$ $(-۲^۳) \times ۷^۳ = (-۱۴)^۳$

۶ــ کدام‌یک از عبارت‌های زیر $(\frac{۲}{۳})^۳$ را نشان می‌دهد؟

$\frac{۲}{۳} + ۳$ $\qquad$ $\frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳}$ $\qquad$ $\frac{۲}{۳} \times ۳$ $\qquad$ $\frac{۳ \times ۲}{۳}$ $\qquad$ $\frac{۲+۲+۲}{۳}$ $\qquad$ $\frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳}$

۷ــ به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن، سؤال‌ها را جواب دهید.

$۴^۰$	$۴^۱$	$۴^۲$	$۴^۳$	$۴^۴$	$۴^۵$	$۴^۶$	$۴^۷$	$۴^۸$
۱	۴	۱۶	۶۴	۲۵۶	۱۰۲۴	۴۰۹۶	۱۶۳۸۴	۶۵۵۳۶

حاصل عبارت ۶۵۵۳۶×۴۰۹۶ را به‌صورت توان‌دار بنویسید.

تعداد رقم‌های $۴^{۱۰}$ را پیش‌بینی کنید. فکر می‌کنید $۴^{۲۰}$ چندرقمی می‌شود؟ چرا؟

۸ــ جاهای خالی را کامل کنید. چه الگویی مشاهده می‌کنید؟ یک تساوی دیگر بنویسید.

$۲۱^۲ - ۱۵^۲ = (\quad)^۳$ $\qquad$ $۱۵^۲ - ۱۰^۲ = (\quad)^۳$ $\qquad$ $۱۰^۲ - ۶^۲ = (\quad)^۳$ $\qquad$ $۶^۲ - ۳^۲ = (\quad)^۳$ $\qquad$ $۳^۲ - ۱^۲ = (\quad)^۳$

آیا این الگو برای $۲^۴ = ۳^۳ - ۱^۳$ درست است؟

۹ــ در جای خالی یکی از عمل‌های + یا − یا × یا ÷ را قراردهید تا تساوی برقرار باشد.

$۲^۲ \square ۲^۰ = ۱۶^۲$ $\qquad$ $(-۷)^۰ \square ۸^۱ = ۳^۲$ $\qquad$ $۳^۲ \square ۷^۲ = ۵۸$ $\qquad$ $۲^۵ \square ۸ = ۴$

فعالیت

۱ــ مساحت یک زمین بازی کودکان مربع شکل، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟

۲ــ یک شرکت برای محوطه‌سازی، سنگ‌های مرمر در اندازه‌های ۵۰×۲۵ سانتی‌متر خریده است. این شرکت در مجموع ۸۱ متر مربع سنگ برای این کار خریده است. ضلع بزرگ‌ترین مربعی که می‌توان با این سنگ‌ها ساخت چند متر است؟

۳ــ در جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳		۱/۵	$\frac{۲}{۵}$		۷/۴			۰/۹
مساحت مربع	۹	۱۶			۸۱		$\frac{۱۲۱}{۳۶}$	۴۰۰	

۴ــ در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می‌گیرد؟ چرا؟

$۱^۲, ۲^۲, ۳^۲, ۴^۲, \ldots, n^۲$

با کمک ماشین‌حساب و راهبرد حدس و آزمایش، عددی پیدا کنید که بتوان به‌جای x قرار داد.

$x^۲ = ۱۵$

در تساوی $۹ = ۳^۲$، عدد ۹ را توان دوم یا مجذور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز **ریشهٔ دوم** ۹ می‌نامند. به همین دلیل ۳- نیز ریشهٔ دوم عدد ۹ است. جذر عدد ۹ که آن‌را با $\sqrt{۹}$ نشان می‌دهیم برابر است با ریشهٔ دوم مثبت عدد ۹ یعنی ۳.

$(\sqrt{۹} = ۳)$

کار در کلاس

جدول زیر را کامل کنید.

عدد	۹	۲۵	$\frac{۱}{۴}$	
ریشهٔ دوم	۳ و ۳-			۷ و ۷-
رابطهٔ ریاضی	$(-۳)^۲ = ۹$ $۳^۲ = ۹$			

توان دوم یا مجذور عدد ۳ را با $۳^۲$ و توان دوم یا مجذور عدد ۳- را با $(-۳)^۲$ نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشهٔ دوم مثبت، از نماد $\sqrt{\ }$ (بخوانید رادیکال) استفاده می‌کنیم.

ریشه‌های دوم عدد ۹ را با $\sqrt{۹}$ و $-\sqrt{۹}$ نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر $\sqrt{۹} = ۳$ و $-\sqrt{۹} = -۳$

کار در کلاس

۱ــ تساوی‌ها را کامل کنید.

$-\sqrt{۸۱} =$ $\quad$ $\sqrt{۳۶} =$ $\quad$ $-\sqrt{۱۶} =$ $\quad$ $\sqrt{۱۶} =$

$\sqrt{\frac{۱}{۸۱}} =$ $\quad$ $\sqrt{۴۹} =$ $\quad$ $-\sqrt{\frac{۹}{۲۵}} =$ $\quad$ $\sqrt{\frac{۱}{۱۰۰}} =$

۲ــ کدام‌یک درست و کدام‌یک نادرست است؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$\sqrt{۲۵} = ۲^۵$ $\quad$ $\sqrt{۲۵} = ۵\times۲$ $\quad$ $\sqrt{۲۵} = ۵$ $\quad$ $\sqrt{۲۵} > ۵$

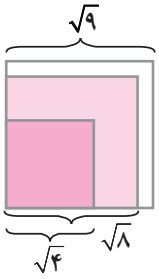
$\sqrt{۲۵} < ۵$ $\quad$ $-\sqrt{۲۵} = -۵$ $\quad$ $\sqrt{۲۵} = -۵$ $\quad$ $\sqrt{۲۵} = ۵^۲$

فعالیت

۱ــ در شکل زیر، مربع‌هایی با مساحت ۸،۴ و ۹ نمایش داده شده‌اند. طول ضلع‌های مربع‌ها نیز مشخص شده است. با کمک شکل عبارت را کامل کنید.

$< \sqrt{۸} <$

به نظر شما عدد $\sqrt{۸}$ به کدام‌یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟



۲ــ به کمک روش بالا و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده‌شده را به‌دست آورید و جدول را کامل کنید.

جذر تقریبی	مربع کامل بعدی	عدد	مربع کامل قبلی
$\sqrt{۵}$ بین عددهای ۲ و ۳ است	۹	۵	۴
		۱۷	
		۶۱	
$\sqrt{۳۰}$ بین عددهای ۵ و ۶ است			

کار در کلاس

۱ــ می‌خواهیم مقدار تقریبی $\sqrt{۲۸}$ را به‌دست آوریم.

الف) $\sqrt{۲۸}$ بین کدام دو عدد طبیعی قرار دارد؟ چرا؟

ب) به کدام‌یک نزدیک‌تر است؟ چرا؟

ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید: $\sqrt{۲۸} \simeq$

عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴
مجذور	۲۵	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	۲۹/۱۶

۲ــ به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به‌دست آورید.

$\sqrt{۸} \simeq$ $\quad$ $\sqrt{۱۴} \simeq$ $\quad$ $\sqrt{۲۰} \simeq$

تمرین

۱ــ چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی‌معناست؟ $\quad \sqrt{-۲۵} = ?$

۲ــ کدام‌یک درست و کدام‌یک نادرست است؟

$\sqrt{۱۵} < \sqrt{۲۱}$ $\quad$ $\sqrt{۶}$ بین ۵ و ۷ است $\quad$ $\sqrt{۵} > ۴$

$\sqrt{۳} > ۲$ $\quad$ $\sqrt{۴۰}$ بین ۵ و ۷ است $\quad$ $\sqrt{۱۲} < ۴$

۳ــ به جای ☐ در محور اعداد زیر یکی از عددهای $\sqrt{۹}$ ، $-\sqrt{۴}$ ، $\sqrt{۱}$ ، $\sqrt{\frac{۱}{۴}}$ ، $-\sqrt{۱}$ ، $\sqrt{۴}$ ، $\sqrt{\frac{۹}{۴}}$ و $-\sqrt{۹}$ را قرار دهید.



۴ــ جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و ۷- ریشه‌های ــــــــــ هستند. $\quad$ ب) مجذور عدد صفر همان ــــــــــ است.

ج) اگرعددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه ــــــــــ است.

د) هر عدد مثبت دارای ــــــــــ ریشهٔ دوم است که یکی از آنها ــــــــــ دیگری است.

۵ــ مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$\sqrt{۴۰}$ $\quad$ $\sqrt{۳۰}$ $\quad$ $\sqrt{۵۰۰}$ $\quad$ $\sqrt{۱۰۰۰}$

مرور فصل ۷

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل، اصطلاحات زیر به‌کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

● توان ● پایه ● مجذور ● مکعب ● جذر ● جذر تقریبی

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال، هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصهٔ درس تهیه کنید.

- محاسبهٔ عدد توان‌دار
- محاسبهٔ یک عبارت توان‌دار با رعایت ترتیب
- تأثیر پرانتز در محاسبهٔ عبارت توان‌دار
- محاسبهٔ عبارت توان‌دار با پایه‌های منفی
- توان صفر
- قانون ضرب با پایه‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه
- قانون ضرب با توان‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیهٔ عددها
- ساده کردن یک عبارت توان‌دار
- مفهوم مجذور و مکعب
- مفهوم جذر و ریشه
- پیدا کردن جذر یا ریشهٔ عددهای مربع کامل و جذر تقریبی

کاربرد

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبهٔ سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به‌خوبی آموخته‌اید.

۱ــ عبارت توان‌دار زیر را محاسبه کنید.

$(۲^۳+۰^۴)^۱+۲^۲\times۳^۲-۱^۳=$

۲ــ عبارت توان‌دار را تا جایی که ممکن است، ساده کنید.

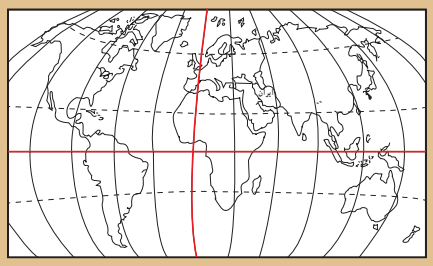
$۴^۲\times۸^۳\times۶^۲\times۳^۳=$

$(۰/۲۵)^۲\times(\frac{۱}{۴})^۳\times\frac{۱}{۴^۵}=$

۳ــ مقدار تقریبی عدد $\sqrt{۳۲}$ را بنویسید.

۴ــ ریشه‌های دوم عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$\sqrt{۱۲۱}=$ $-\sqrt{۲۵}=$ $-\sqrt{۱۲۱}=$ $\sqrt{۴۹}=$



فصل ۸ بردار و مختصات

تعیین موقعیت و مکان یک شیء مثل هواپیما و مسیریابی و هدایت آن در فضا یا یک کشتی در دریا با داشتن مختصات آن شیء در هر لحظه امکان‌پذیر است. بیان موقعیت اشیاء با عدد، امکان کار با رایانه را نیز فراهم می‌کند تا به کار سرعت بیشتری بدهد.

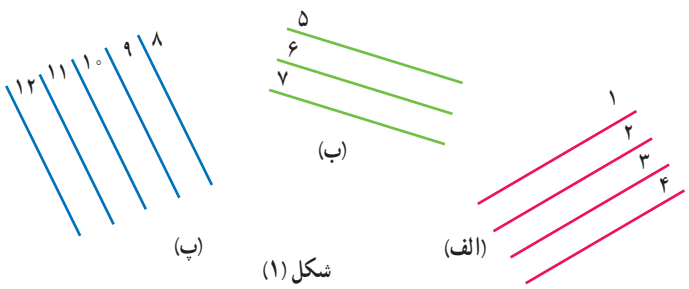
- پاره‌خط جهت‌دار
- بردارهای مساوی و قرینه
- مختصات
- بردار انتقال

پاره‌خط جهت‌دار

فعالیت

۱ــ شکل مقابل سه دسته خط را که هر دسته با یک رنگ مشخص شده‌اند، نشان می‌دهد.

همان‌گونه که در شکل می‌بینید هر دو خط که با رنگ یکسان کشیده شده‌اند، باهم موازی یا به عبارتی هم‌راستا هستند.



شکل (۱)

اگر بخواهیم روی یک خط جهت مشخص کنیم، طبیعی است که می‌توان دو جهت تعیین کرد.



۲ــ در شکل (۱) جهت خطوط دستهٔ (الف) را به‌گونه‌ای مشخص کنید که :

ــ خط (۱) با خط (۲) و خط (۳) با خط (۴) هم‌جهت باشد.

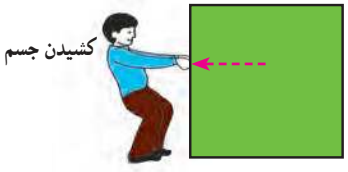
ــ خط (۸) با خط (۱۱) هم‌جهت باشد و خطوط (۹) و (۱۰) و (۱۲) نیز باهم، هم‌جهت باشند.

ــ آیا می‌توانید خطوط (۵) و (۶) و (۷) را طوری جهت‌دهی کنید که هیچ‌کدام باهم، هم‌جهت نباشند؟

همان‌طور که دیده می‌شود اگر بخواهیم برای یک دسته خطوط هم‌راستا جهت تعیین کنیم، آنگاه هردو خط از آن دسته، یا هم‌جهت خواهند بود و یا جهتی عکس هم خواهند داشت.

۳ــ شخصی درحال حرکت دادن یک جعبه روی زمین است.

اندازه، راستا و جهت نیرویی که شخص به جسم وارد می‌کند با پاره‌خط جهت‌دار، به طول یک سانتی‌متر نشان داده شده است.



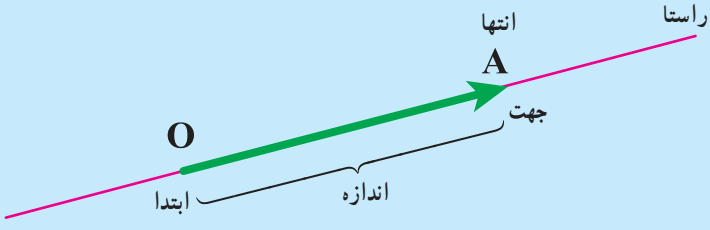
در شکل روبه‌رو شخص نیرویی به اندازهٔ ۲ برابر نیروی بالا به جسم وارد می‌کند.



راستا، اندازه و جهت نیرو را روی شکل، نشان دهید.

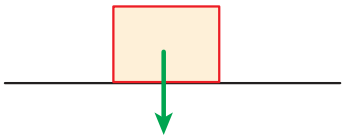
در ریاضی به پاره‌خط جهت‌دار بردار می‌گوییم.

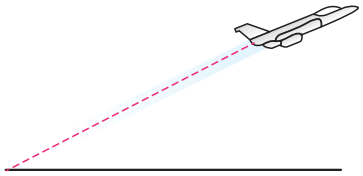
بردار OA را به‌صورت $\overrightarrow{OA}$ نشان می‌دهیم.



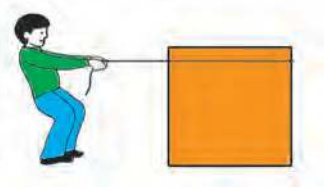
کار در کلاس

در شکل زیر نیروی وزن جعبه با یک بردار مشخص شده است. شما نیز برای شکل‌های زیر، بردار موردنظر را رسم کنید.

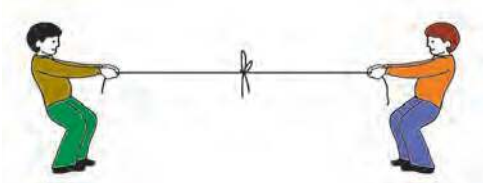




جهت حرکت هواپیما



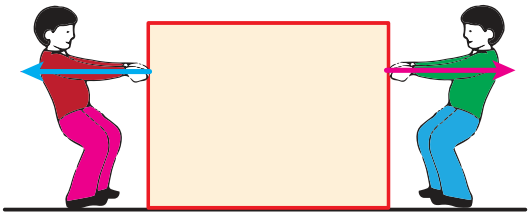
نیرویی که فرد با طناب به جعبه وارد می‌کند.



نیروهایی که دو نفر در مسابقهٔ طناب‌کشی به طناب‌ها وارد می‌کنند.

فعالیت

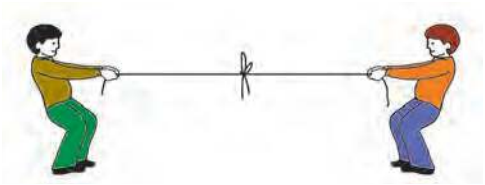
۱ــ در شکل زیر دو نفر جعبه‌ای را از دو طرف می‌کشند. با توجه به نیروهای رسم‌شده، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



- آیا دو نیرو در یک راستا هستند؟
- جهت دو نیرو چه تفاوتی دارد؟
- اندازهٔ نیروها را با هم مقایسه کنید.

۲ــ دو دانش‌آموز در حال طناب کشیدن هستند.

راستا، جهت و اندازهٔ نیروهای این دو نفر را نسبت به محل مشخص‌شده روی طناب، با دو بردار نشان دهید. فرض کنید طناب ساکن است.

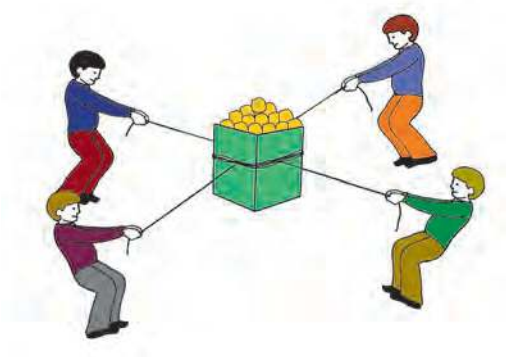


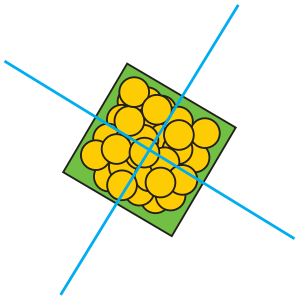
در فعالیت‌های بالا دو **بردار قرینهٔ** یکدیگرند، چون هم‌راستا و هم‌اندازه‌اند؛ ولی جهت‌هایشان عکس یکدیگر است.



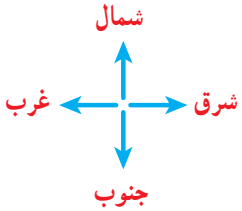
تمرین

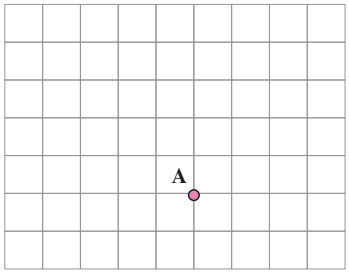
۱ــ شکل زیر تصویر یک جعبه است که چند نفر آن را با طناب می‌کشند. نیروهایی را که به این جعبه وارد می‌شود، با بردار در تصویر از بالا نشان دهید. فرض کنید نیروها هم‌اندازه هستند.





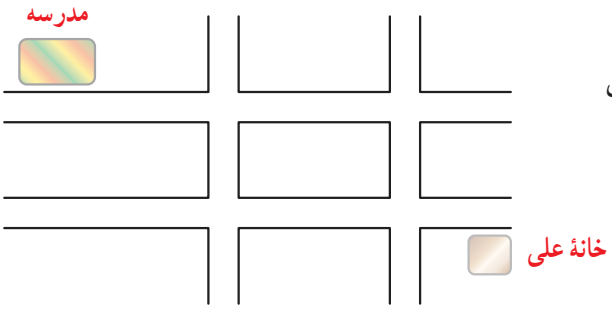
۲ــ با توجه به ۴ جهت نشان‌داده‌شده، حرکت نقطهٔ A را نشان دهید.





از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق، ۲ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به سمت غرب و ۴ واحد به سمت جنوب حرکت کنید. محل نهایی نقطه را با B نشان دهید.

۳ــ علی از خانه به مدرسه رفته است. با انتخاب مسیر رفتن علی به مدرسه، جابه‌جایی‌های او را با بردار نشان دهید.



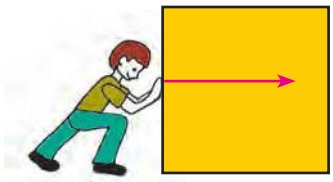
۴ــ اندازهٔ بردار AB برابر ۳ واحد است و ابتدای آن نقطهٔ ۱ و انتهای آن نقطهٔ ۲- است.



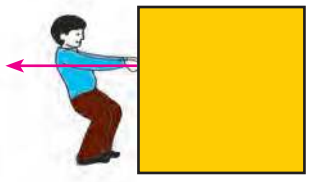
با توجه به نمونهٔ فوق ابتدا، انتها و اندازهٔ بردارهای مشخص‌شده روی محور را بنویسید.

فعالیت

۱ــ در شکل‌های زیر دو نفر نیروهایی هم‌اندازه به یک جسم وارد می‌کنند. یک نفر آن جسم را هل می‌دهد و یک نفر آن را می‌کشد.



در حال هل دادن



درحال کشیدن

توضیح دهید چرا این دو بردار، برابر نیستند.

۲ــ با توجه به محور، اندازهٔ بردارهای زیر را مشخص کنید.



این بردارها چه ویژگی مشترکی دارند؟

کار در کلاس

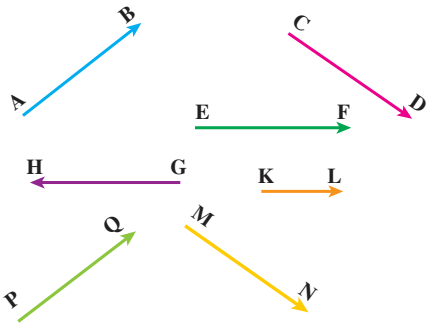
۱ــ ۳ بردار مساوی با بردار AB رسم کنید.



۲ــ روی محور زیر ۴ بردار مساوی با اندازهٔ ۲ واحد در جهت منفی رسم کنید.



۳ــ بردارهای مساوی را پیدا کنید.



دو بردار وقتی برابرند که هم‌راستا، هم‌اندازه و هم‌جهت باشند.

فعالیت

A B

۱ــ شخصی از نقطهٔ A به نقطهٔ B رفته است. جابه‌جایی او را با یک بردار نشان دهید.

اگر این شخص از نقطهٔ B به نقطهٔ A برگردد، جابه‌جایی او را نیز با یک بردار نشان دهید.

راستا، اندازه و جهت این دو بردار را با یکدیگر مقایسه کنید.

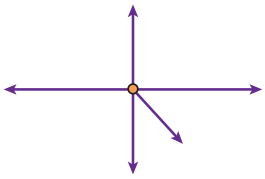
آیا این دو بردار قرینهٔ یکدیگرند؟ چرا؟

مجموع جابه‌جایی این فرد چقدر است؟

۲ــ با توجه به نیروهایی که به جسم زیر وارد می‌شوند و همچنین نیروهایی که با هم قرینه‌اند، مشخص کنید جسم به کدام سمت حرکت می‌کند. دلیل خود را توضیح دهید.

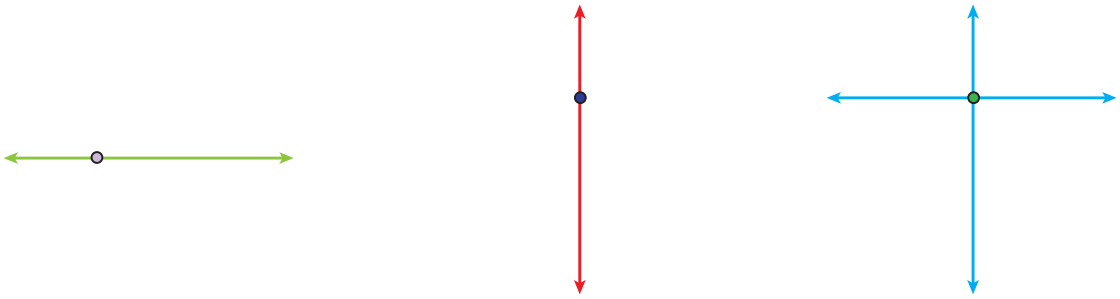


۳ــ با توجه به نیروهای واردشده به شکل مقابل، جسم به کدام طرف حرکت می‌کند؟ چرا؟

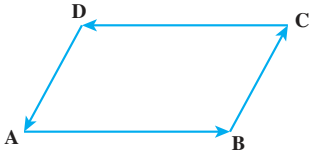


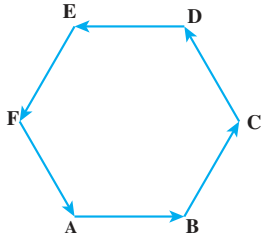
کار در کلاس

۱ــ با توجه به اندازهٔ بردارهای نیرو که با طول‌های مختلف نشان داده شده است، توضیح دهید که جسم به کدام سمت حرکت می‌کند؟



۲ــ با توجه به شکل‌های زیر (شش‌ضلعی منتظم و متوازی‌الاضلاع) بردارهای قرینه را نام ببرید.



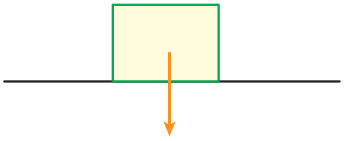


تمرین

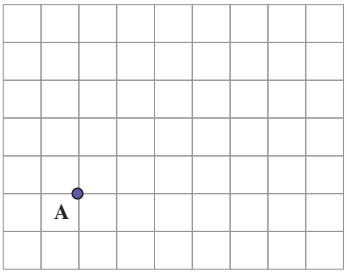
۱ــ در شکل زیر نیروی وزن جسم با یک بردار مشخص شده است.

الف) نیرویی را که سطح زمین (تکیه‌گاه) به جسم وارد می‌کند با یک بردار نمایش دهید.

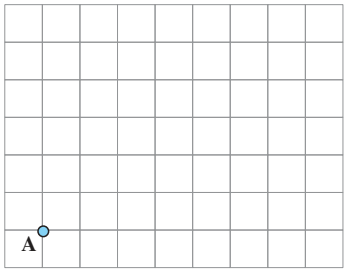
ب) چرا جسم روی زمین ساکن می‌ماند و حرکت نمی‌کند؟



۲ــ شخصی در نقطهٔ A ایستاده است؛ اگر ۳ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به سمت شرق و ۵ واحد به سمت جنوب و در انتها ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند، به نقطهٔ B می‌رسد. بردار حرکت شخص از A به B را نشان دهید.



۳ــ اگر شخصی در نقطهٔ A ایستاده باشد، باید ۳ واحد به سمت شمال و سپس ۴ واحد به سمت شرق برود تا به B برسد. اگر شخص دیگری از همان نقطهٔ A، ۴ واحد به سمت شرق و سپس ۳ واحد به سمت شمال برود، به کدام نقطه می‌رسد؟ چرا؟



۴ــ اگر شخص از نقطهٔ A، ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند، با چه حرکتی به نقطهٔ A می‌رسد؟

حالا اگر شخص از نقطهٔ A، ۳ واحد به سمت شرق و ۲ واحد به سمت جنوب برود، با چه حرکتی به محل اوّل خود برمی‌گردد؟

۵ــ قرینهٔ جهت شمال چه جهتی است؟

قرینهٔ جهت شرق چه جهتی است؟

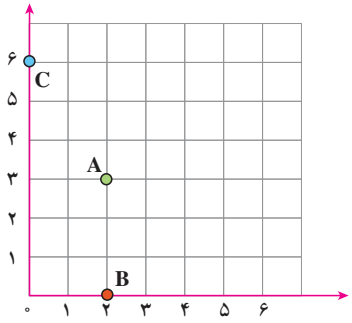
قرینهٔ جهت شمال شرقی چه جهتی است؟

مختصات

فعالیت

۱ــ در دورهٔ دبستان با محورهای مختصات آشنا شدید.

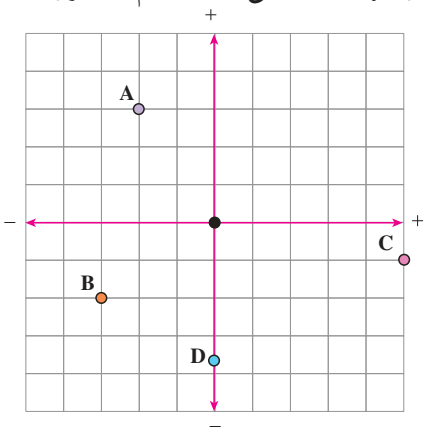
مختصات نقاط A و B و C را بنویسید.



$A=\begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$ $C=\begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$

نقاط $E=\begin{bmatrix} ۰ \\ ۴/۵ \end{bmatrix}$ و $F=\begin{bmatrix} ۵ \\ ۰ \end{bmatrix}$ و $G=\begin{bmatrix} ۴ \\ ۱ \end{bmatrix}$ را پیدا کنید.

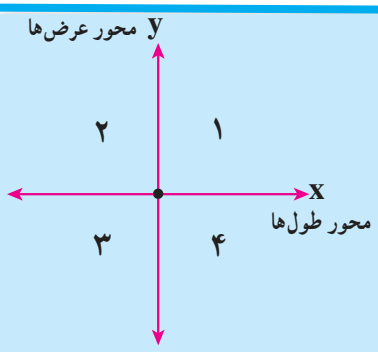
۲ــ با توجه به محور عددهای صحیح که در فصل اوّل آموختید، محورهای زیر را در جهت‌های منفی ادامه دادیم تا محورهای مختصات، کامل شوند. حالا مختصات نقاط مشخص‌شده را بنویسید.



$A=\begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix} -۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$ $C=\begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$ $D=\begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$

نقاط زیر را روی محور مختصات پیدا کنید.

$E=\begin{bmatrix} ۳ \\ -۳ \end{bmatrix}$ $F=\begin{bmatrix} -۱ \\ ۴ \end{bmatrix}$ $G=\begin{bmatrix} ۲/۵ \\ ۳/۵ \end{bmatrix}$ $H=\begin{bmatrix} -۳/۵ \\ ۰ \end{bmatrix}$



محورهای مختصات، صفحه را به ۴ قسمت تقسیم می‌کنند.

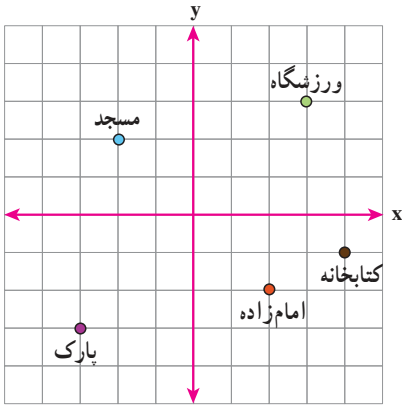
در شکل مقابل این ۴ ناحیه با عددهای ۱ تا ۴ مشخص شده‌اند.

مرز ناحیهٔ ۱و۲ را مشخص کنید. مرز ناحیه ۳و۴ را نیز مشخص کنید.

مرز ناحیهٔ ۱و۴ و همچنین ۲و۳ را نیز مشخص کنید.

کار در کلاس

با توجه به تصویر روبه‌رو به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:



۱ــ مختصات ورزشگاه چیست؟

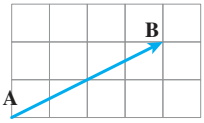
۲ــ مختصات چه بنایی $\begin{bmatrix} ۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$ است؟

۳ــ مختصات مسجد چیست؟

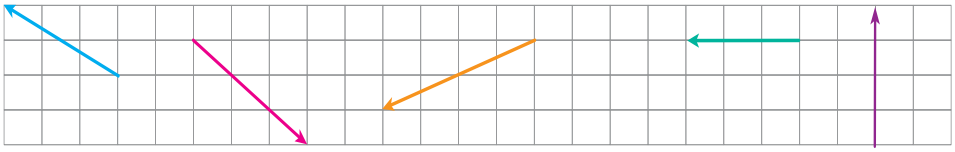
۴ــ کتابخانه در کدام نقطه واقع است؟

فعالیت

۱ــ در شکل مقابل حرکت از نقطهٔ A به B، با بردار AB نشان داده شده است.



اگر بتوانیم فقط افقی یا عمودی حرکت کنیم (قرار می‌گذاریم که همیشه ابتدا افقی و سپس عمودی حرکت کنیم) مسیر حرکت از A تا B را نشان دهید. در بردارهای زیر نیز مسیر را مشخص کنید.



۲ــ در بردار سؤال بالا برای حرکت از A به B، ۴واحد به سمت مثبت محور طول و سپس ۲ واحد به سمت مثبت محور عرض‌ها حرکت می‌کنیم. این بردار را در صفحهٔ مختصات می‌توانیم به‌صورت $\begin{bmatrix}۴\\۲\end{bmatrix}$ نمایش دهیم. مختصات بردارهای دیگر را بنویسید.

کار در کلاس

طول جغرافیایی هر نقطه، با نصف‌النهاری که از آن می‌گذرد و عرض جغرافیایی آن نقطه با مدار مربوطهٔ آن مشخص می‌شود. در نقشهٔ مقابل با توجه به مدارها (خط‌های افقی) و مدار مبدأ (خط استوا) و نصف‌النهارها (خط‌های عمودی) و نصف‌النهار مبدأ (گرینویچ) به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.



۱ــ مختصات شهرهای زیر را به‌طور تقریبی بنویسید.

قاهره: دارالسلام:

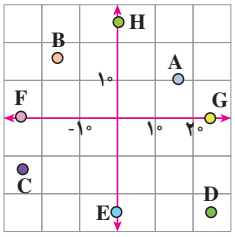
الجزیره:

۲ــ اگر یک هواپیما از خارطوم به لوآندا در مسیر تقریباً مستقیم حرکت کند، حرکت این هواپیما را به‌صورت تقریبی با یک بردار نشان دهید. مختصات آن بردار را بنویسید.

۳ــ مسیر رباط تا لاگوس را با چه برداری می‌توان نشان داد؟

تمرین

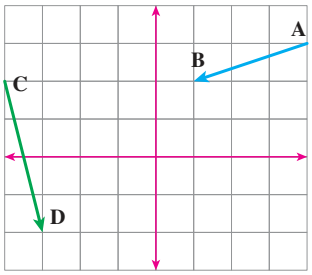
۱ــ با توجه به شکل، مختصات هر نقطه را به‌صورت تقریبی بنویسید.



$A=\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}$ $C=\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}$ $D=\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}$

$E=\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}$ $F=\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}$ $G=\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}$ $H=\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}$

۲ــ بردار $\begin{bmatrix}-۳\\۲\end{bmatrix}$ را در محور مختصات زیر، طوری رسم کنید که ابتدای بردار نقطهٔ $\begin{bmatrix}۳\\-۲\end{bmatrix}$ باشد.

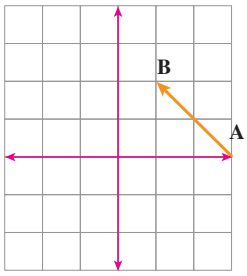


مختصات نقطهٔ انتهای آن را بنویسید.

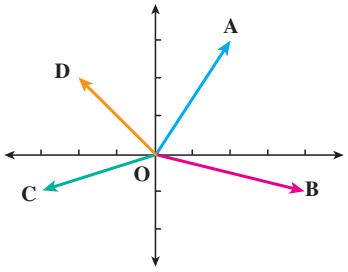
با توجه به شکل، مختصات نقطه‌ها و بردارهای زیر را بنویسید.

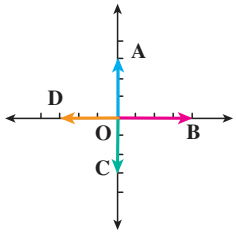
$A=\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}$ $\overrightarrow{AB}=\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}$ $C=\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}$ $D=\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}$ $\overrightarrow{CD}=\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}$

۳ــ ابتدا مختصات بردار AB را تعیین کنید. قرینهٔ بردار AB را نسبت به محور طول‌ها رسم کنید و مختصات قرینهٔ $\overrightarrow{AB}$ را بنویسید. قرینهٔ بردار AB را نسبت به مبدأ مختصات پیدا کنید و مختصاتش را بنویسید.

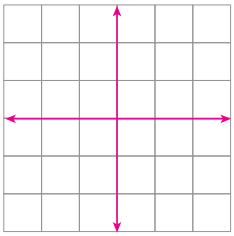


۴ــ مختصات بردارها را در شکل‌های زیر بنویسید.





۵ــ از نقطهٔ $A=\begin{bmatrix}-۱\\-۴\end{bmatrix}$ با بردار $\overrightarrow{AB}=\begin{bmatrix}۲\\۲\end{bmatrix}$ و سپس با بردار $\overrightarrow{BC}=\begin{bmatrix}-۱\\۴\end{bmatrix}$ حرکت کردیم تا به نقطهٔ C برسیم. با چه برداری می‌توانستیم از A به C حرکت کنیم؟



۶ــ نشان دهید که نقطه‌های مقابل در کدام ناحیه قرار دارند.

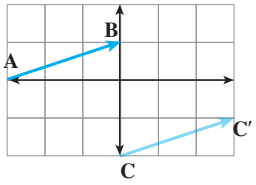
$A=\begin{bmatrix}-۲۵۰\\-۱۸۰\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}۴۷\\-۸۱\end{bmatrix}$

$C=\begin{bmatrix}-۱۴۱\\۲۵۲\end{bmatrix}$ $D=\begin{bmatrix}-۲۰۰\\۵\end{bmatrix}$

بردار انتقال

فعالیت

۱ــ مسیر رفتن از نقطهٔ A به B را به‌صورت زیر بیان کنید:

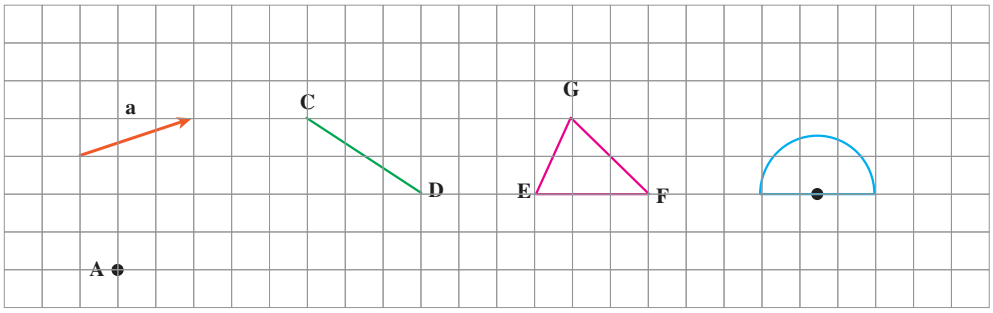


ـــــ واحد در جهت ـــــ محورxها و ـــــ واحد در جهت ـــــ محورyها

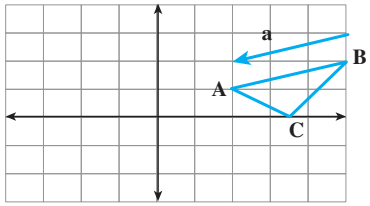
مختصات بردار AB را بنویسید. $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$

با همین بردار نقطهٔ C را به نقطهٔ C′ منتقل کردیم. مختصات بردار CC′ را مشخص کنید.

۲ــ هر یک از شکل‌های زیر را با بردار $\vec{a}$ منتقل کنید (هم‌راستا، هم‌جهت و هم‌اندازه حرکت کنید).



۳ــ در محور مختصات زیر مثلث ABC را با بردار $\vec{a}$ انتقال دهید و مثلث جدید را A′ B′ C′ بنامید. مختصات رأس‌ها را بنویسید.



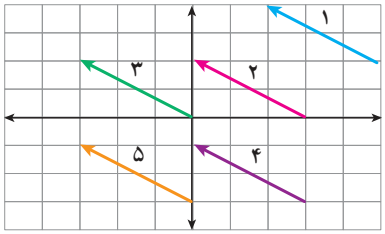
$A = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$

$A' = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$ $B' = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$ $C' = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$

مختصات بردار انتقال $\vec{a}$ را هم بنویسید: $\vec{a} = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix}$ چه رابطه‌ای بین رأس‌های مثلث، قبل و بعد از انتقال وجود دارد؟

۴ــ برای هر یک از بردارهای زیر مختصات ابتدا و انتهای بردار را بنویسید.

چه رابطه‌ای بین ابتدا و انتها و مختصات بردار وجود دارد؟ این بردارها چه ویژگی دیگری دارند؟



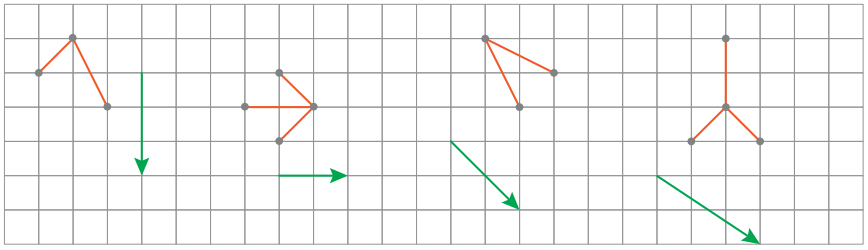
بردار	۱	۲	۳	۴	۵
مختصات ابتدا					
مختصات بردار					
مختصات انتها					

با مشخص بودن مختصات ابتدا، مختصات بردار و مختصات انتهای یک بردار می‌توان یک جمع متناظر برای بردار نوشت.

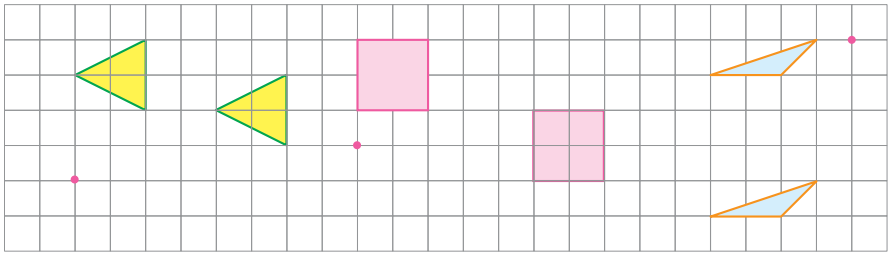
به کمک این جمع و با معلوم بودن دو مختصات می‌توان مختصات قسمت سوم (نامعلوم) را پیدا کرد. دو بردار وقتی مساوی هستند که مؤلفه‌های اوّل آنها با هم و مؤلفه‌های دوم آنها با هم برابر باشد.

کار در کلاس

۱ــ هر شکل را با بردار انتقال مربوطه انتقال دهید. مختصات بردارهای انتقال را بنویسید.



۲ــ بردار انتقال مربوط به هر انتقال را از نقطهٔ قرمز کنار آن رسم کنید.



۳ــ مختصات موردنظر را به‌دست آورید.

ابتدای بردار مختصات بردار انتهای بردار

$$\begin{bmatrix}-۲\\۱\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳\\-۴\end{bmatrix} \qquad -۲+x=۳ \qquad ، \qquad ۱+y=-۴$$

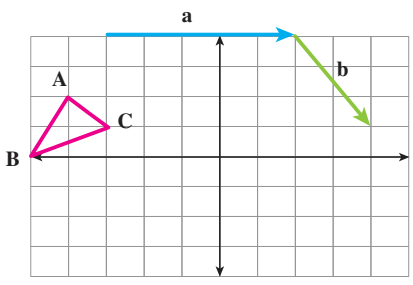
$$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-۱\\۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲\\-۱\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-۴\\۳\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۲\\-۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\\-y\end{bmatrix}$$

۴ــ مختصات برداری را که ابتدای آن $\begin{bmatrix}-۱\\۴\end{bmatrix}$ و انتهای آن $\begin{bmatrix}۳\\۰\end{bmatrix}$ پیدا کنید.

فعالیت

نقاط A و B و C را با بردار a انتقال دهید و آنها را A′ و B′ و C′ بنامید.



$$A=\begin{bmatrix}\ \\\ \end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}\ \\\ \end{bmatrix} \qquad C=\begin{bmatrix}\ \\\ \end{bmatrix}$$

$$A'=\begin{bmatrix}\ \\\ \end{bmatrix} \qquad B'=\begin{bmatrix}\ \\\ \end{bmatrix} \qquad C'=\begin{bmatrix}\ \\\ \end{bmatrix}$$

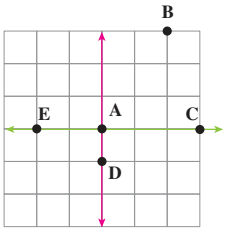
حالا مثلث جدید را با بردار b انتقال دهید و آن را با D، E وF نشان دهید.

$$D=\begin{bmatrix}\ \\\ \end{bmatrix} \qquad E=\begin{bmatrix}\ \\\ \end{bmatrix} \qquad F=\begin{bmatrix}\ \\\ \end{bmatrix}$$

با چه برداری نقاط A، B وC مستقیماً به D، E وF منتقل می‌شوند؟

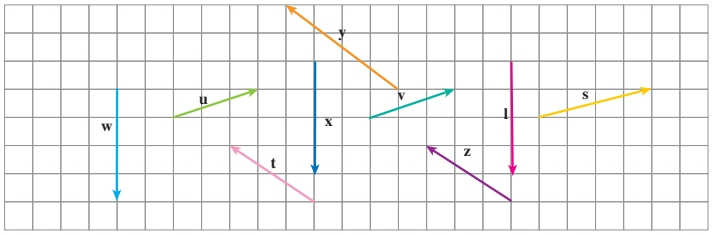
تمرین

۱ــ مسیر حرکت از A به B، به C، به D و به E را با بردارهای انتقال مشخص کنید و مختصات هر بردار را بنویسید.

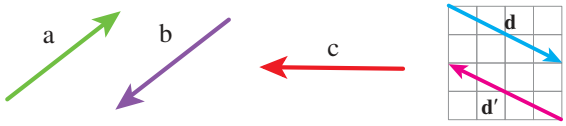


می‌توانید این بازی را به‌صورت دونفره انجام دهید. یک نفر نقطه می‌گذارد و نفر دوم باید بگوید با چه بردار انتقالی نقطهٔ شروع را به نقطه مشخص‌شده، انتقال می‌دهد.

۲ــ بردارهای مساوی را مشخص کنید.



۳ــ بردار قرینهٔ هر بردار را بکشید و تساوی‌ها را کامل کنید.

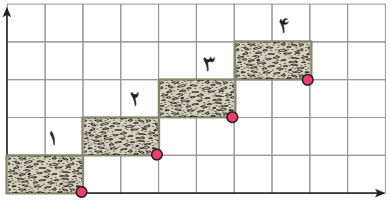


$\vec{d} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{d'} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$

چگونه مختصات قرینهٔ یک بردار نوشته می‌شود؟

با توجه به شکل بالا حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. $\vec{d} + \vec{d'} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$

۴ــ در محور مختصات زیر در کاشی شمارهٔ n مختصات گوشه‌ای را که با علامت ● مشخص شده است، به‌صورت جبری بنویسید.



۵ــ در یک بازی روی صفحهٔ شطرنجی، سعید مهرهٔ خود را از خانه‌ای به مختصات $\begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ ابتدا ۳ خانه به سمت راست و سپس ۴ خانه به سمت پایین آورد. در حرکت دوم او مهره‌اش را ۲ خانه به سمت چپ آورد. هم اکنون مهرهٔ سعید روی کدام نقطهٔ صفحه قرار دارد؟

۶ــ اگر نقطهٔ A به مختصات $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ را با بردار انتقال $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ منتقل کنیم تا به نقطهٔ B برسیم، مختصات نقطهٔ B را به‌صورت جبری بنویسید.

مرور فصل ۸

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

- بردار
- راستا
- بردار انتقال
- پاره‌خط جهت‌دار

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصهٔ درس تهیه کنید.

- ویژگی‌ها، نام‌گذاری و نمایش بردار
- بردار قرینه و بردار صفر
- مختصات نقطه در صفحه
- ۴ ناحیهٔ محور مختصات
- بردار انتقال
- بردارهای مساوی
- جمع متناظر با بردار
- پیدا کردن مختصات بردار

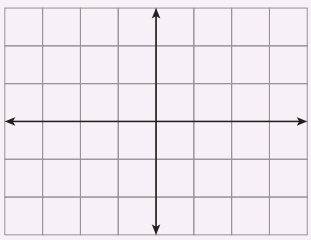
کاربرد

کاربرد اصلی این موضوع را در درس‌های علوم خود خواهید دید. در دورهٔ دوم متوسطه و در درس فیزیک نیز با کاربردهای بیشتری از این موضوع آشنا می‌شوید.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به‌خوبی آموخته‌اید.

۱ــ نقاط به مختصات $C=\begin{bmatrix}0\\3\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}$ $A=\begin{bmatrix}1/5\\2\end{bmatrix}$ را پیدا کنید.



نقطهٔ A را با بردار $\overrightarrow{BC}$ منتقل کنید و مختصات نقطهٔ منتقل‌شده را بنویسید.

بدون رسم شکل، ابتدا مختصات بردار $\overrightarrow{BC}$ را پیدا کنید.

بدون رسم شکل، انتقال را انجام دهید.

۲ــ بردار خواسته‌شده را رسم کنید:

بردار $\overrightarrow{AB}=\begin{bmatrix}-1\\-2\end{bmatrix}$ ابتدا در $\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}$

بردار $\overrightarrow{CD}=\begin{bmatrix}3\\5\end{bmatrix}$ انتها در $\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$



فصل ۹

آمار و احتمال

جمع‌آوری، تفسیر و تحلیل اطلاعات و داده‌های آماری به تصمیم‌گیری و همچنین پیش‌بینی وقایع کمک می‌کند. برای مثال یک کارشناس هواشناسی با کمک علم‌های آمار و احتمال، وضعیت هوا را پیش‌بینی می‌کند.

- **جمع‌آوری و نمایش داده‌ها**
- **نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها**
- **احتمال یا اندازه‌گیری شانس**
- **احتمال و تجربه**

فعالیت

معلم ورزش یک مدرسه می‌خواهد برای دانش‌آموزان کلاس، لباس ورزشی سفارش دهد. او از جواد و محمد خواست نظرهای دانش‌آموزان را جمع‌آوری کنند تا رنگ مورد علاقهٔ دانش‌آموزان کلاس مشخص شود.



جواد رنگ مورد نظر همهٔ دانش‌آموزان را از آنها پرسید و پاسخ‌های زیر را دریافت کرد.

سبز، آبی، زرد، زرد، بنفش، زرد، قرمز، زرد، قهوه‌ای، قهوه‌ای، قهوه‌ای، سبز، زرد، آبی، سبز، بنفش، قرمز، قهوه‌ای، قهوه‌ای، آبی، زرد، سبز، قهوه‌ای، زرد، زرد، زرد، قرمز، زرد، زرد، قرمز، قهوه‌ای، قهوه‌ای و سبز.

محمد به روش دیگری اطلاعات را جمع‌آوری کرد. او ۳ رنگ را تعیین کرد و از همهٔ دانش‌آموزان خواست یکی از این سه رنگ را انتخاب کنند. او پاسخ‌های زیر را دریافت کرد.

سبز، قهوه‌ای، قهوه‌ای، سبز، زرد، زرد، زرد، سبز، قهوه‌ای، زرد، سبز، قهوه‌ای، سبز، زرد، زرد، سبز، قهوه‌ای، زرد، زرد، قهوه‌ای، سبز، زرد، قهوه‌ای، زرد، سبز، قهوه‌ای، سبز، زرد، قهوه‌ای، قهوه‌ای و زرد.

دو روش جمع‌آوری اطلاعات را با هم مقایسه کنید. ویژگی‌های مثبت و منفی هر روش را بیان کنید.

علم آمار، علم جمع‌آوری اطلاعات، سازماندهی و بررسی آنهاست. اطلاعات جمع‌آوری‌شده را **داده‌های آماری** می‌گویند.

کار در کلاس

همان‌طور که می‌بینید، داده‌های جمع‌آوری‌شده به‌صورتی نوشته شده‌اند که شمردن، مقایسه و بررسی آنها دشوار است. اولین گام این است که آنها را در جدول داده‌های زیر سازماندهی کنید. با همکاری یکی از دوستانتان چوب‌خط را مانند نمونه‌های زیر رسم کنید (یک دانش‌آموز رنگ‌ها را بخواند و دانش‌آموز دیگر برای هر بار خوانده شدن یک رنگ، یک خط رسم کند).

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
	/	//	///	////	////	//// /
رنگ						
تعداد		///				۸

جدول داده‌های جمع‌آوری‌شده توسط جواد

رنگ					
تعداد					

جدول داده‌های جمع‌آوری‌شده توسط محمد

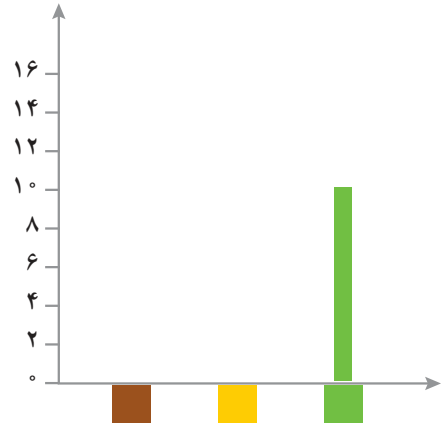
۱ــ با توجه به جدول‌ها، معلم ورزش، کدام رنگ را انتخاب می‌کند؟

۲ــ چرا آمار رنگ‌های جدول دوم با جدول اول متفاوت است؟ برای مثال چرا تعداد نظرات در مورد رنگ زرد در دو جدول متفاوت شده است؟

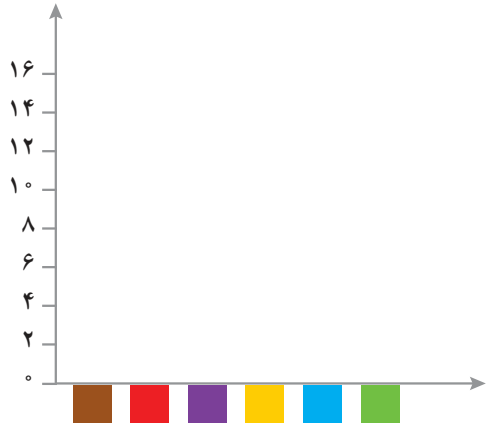
برای مقایسه و بررسی بهتر داده‌های آماری از انواع نمودارها استفاده می‌کنند. هرنمودار با توجه به موضوعی که داده‌های آن جمع‌آوری شده است و نوع اطلاعات به‌دست‌آمده، کارایی دارد. برای مثال نمودار میله‌ای برای مقایسهٔ تعداد، پیدا کردن بیشترین و کمترین داده به‌کار می‌رود. در حال حاضر نرم‌افزارهای زیادی برای رسم انواع نمودارها وجود دارند. آنچه اهمیت دارد رسم نمودار نیست؛ بلکه انتخاب نمودار مناسب برای موضوع مورد نظر است. در ادامه با انواع نمودارها و کاربردهای آنها آشنا می‌شوید.

فعالیت

معلم برای اینکه داده‌های جمع‌آوری‌شده را بهتر نمایش دهد، از جواد و محمد خواست جدول داده‌های خود را به نمودار میله‌ای تبدیل کنند. جواد و محمد هر کدام، مقیاس‌های مختلفی برای رسم نمودار انتخاب کردند. با توجه به جدول داده‌هایی که به‌دست آورده‌اید، نمودارهای آنها را رسم کنید.



نمودار محمد



نمودار جواد

۱ــ این دو نمودار را با هم مقایسه کنید و جنبه‌های مثبت و منفی هر کدام را بنویسید.

۲ــ به نظر شما کدام نمودار، اطلاعات دقیق‌تری به ما می‌دهد؟ کدام‌یک برای مقایسه، ساده‌تر است؟

۳ــ با توجه به نمودارها، کدام رنگ برای لباس ورزشی دانش‌آموزان انتخاب می‌شود؟

در کتاب‌های درسی دیگر خود یا در روزنامه‌ها و مجله‌ها جست‌وجو کنید و نمودارهای آماری را بیابید. هر دانش‌آموز یک نمودار را به کلاس بیاورد و دربارهٔ آن توضیح دهد و بگوید که از مشاهدهٔ این نمودار چه چیزی فهمیده است.

تمرین

۱ــ میزان بارندگی در شهر رشت طی یک سال در هر ماه به شرح زیر بوده است.

(واحد اندازه‌گیری، میلی‌متر است.)



فروردین	۷۱	اردیبهشت	۶۲	خرداد	۵۰	تیر	۵۵	مرداد	۶۵	شهریور	۱۴۱
مهر	۱۸۹	آبان	۱۸۰	آذر	۱۷۱	دی	۱۵۰	بهمن	۱۲۱	اسفند	۱۲۸

جدول داده‌ها و نمودار ستونی آن را با انتخاب مقیاس مناسب رسم کنید؛ سپس به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

الف) میزان بارندگی در یک ماه یعنی چه؟

ب) بیشترین و کمترین مقدار بارندگی در چه ماه‌هایی بوده است؟

ج) پرباران‌ترین فصل شامل چه ماه‌هایی است؟

د) در کدام ماه‌ها وضعیت هوا برای کارهای ساختمانی مناسب‌تر است؟

هـ) در چه ماه‌هایی بارندگی بیشتر از ۱۴۰ میلی‌متر بوده است؟

و) میانگین ماهانهٔ بارندگی این سال در شهر رشت چقدر است؟





۲ــ اگر بخواهید مهم‌ترین موضوع‌های درسی ریاضی در کتاب پایهٔ هفتم را بدانید و به ترتیب اهمیت، آنها را مرتب کنید، آمار و اطلاعات را چگونه و با چه روشی جمع‌آوری می‌کنید؟ چه چیزی معیار اهمیت یک موضوع است؟

فعالیت

میانگین دمای هوای یزد در ۱۲ ماه یک سال در جدول زیر آمده است.

ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
دما	۲۱	۲۵	۳۰	۳۱	۳۴	۲۷	۲۴	۱۵	۱۰	۸	۱۰	۱۲

مقدار میانگین دما در هر ماه را روی شکل زیر مانند نمونه با یک نقطه نشان دهید.

با وصل کردن این نقطه‌ها به هم، نمودار خط شکستهٔ این مسئله را رسم کنید و به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.



۱ــ معنای میانگین دمای ماهانه چیست؟

۲ــ نمودار خط شکسته چه چیزی را بهتر از جدول داده‌ها نشان می‌دهد؟

۳ــ گرم‌ترین و سردترین ماه را در این شهر پیدا کنید.

۴ــ بیشترین تغییر دما بین کدام دو ماه پشت سر هم بوده است؟

۵ــ میانگین دمای این دوازده ماه را به‌دست آورید.

نمودار خط شکسته برای نمایش تغییرها کاربرد دارد؛ بنابراین در موضوع‌هایی که تغییرها اهمیت دارد، از این نمودار استفاده می‌شود. برای نمونه تغییرها در بازارهای مالی، قیمت طلا، نفت، سهام و... را با این نمودار نشان می‌دهند.

گاهی وقت‌ها به‌جای داده‌های واقعی از مقدار تقریبی آنها استفاده می‌کنیم. در برنامه‌ریزی‌های کلان به عددهای واقعی و دقیق نیاز نداریم. برای مثال مقدار تولید گندم یک استان را به‌صورت چند هزار تن بیان می‌کنند؛ یعنی مقدار کمتر از ۱۰۰۰ تن یا یک میلیون کیلوگرم در این بررسی اهمیت ندارد.

فعالیت

در جدول زیر جمعیت برخی از استان‌های کشور در یکی از سال‌های گذشته آمده است.

استان	آذربایجان شرقی	البرز	خراسان شمالی	هرمزگان	ایلام
جمعیت	۳۷۲۴۶۲۰	۲۴۱۲۵۱۳	۸۶۷۷۲۷	۱۵۷۸۱۸۳	۵۵۷۵۹۹
مقدار تقریبی					

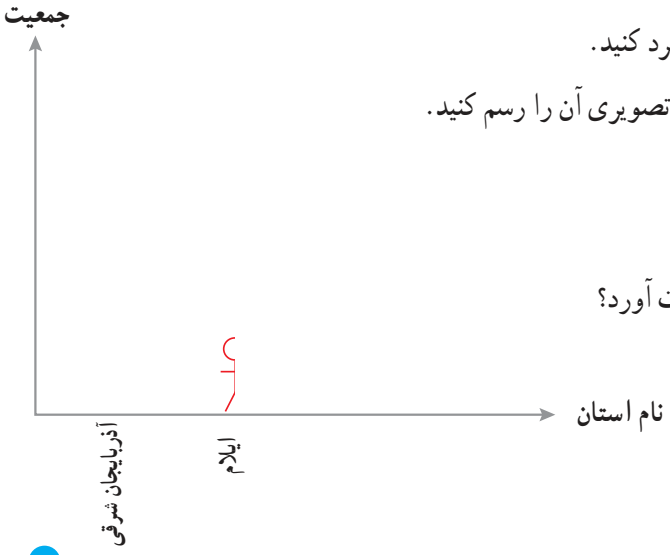
ابتدا مقدار تقریبی هر عدد را با تقریب کمتر از ۱۰۰۰۰۰۰ گرد کنید.

مانند نمونه با رسم یک  برای هر ۲۰۰۰۰۰۰ نفر، نمودار تصویری آن را رسم کنید.

۱ــ هر نشان‌دهندهٔ چند نفر است؟

۲ــ از نمودار تصویری چه اطلاعات جدیدی می‌توان به‌دست آورد؟

۳ــ این نمودار در چه مواردی کاربرد دارد؟



بعضی از داده‌ها و اطلاعات جمع‌آوری‌شده نشان می‌دهد که یک مقدار مشخص به چه نسبتی به بخش‌های کوچک‌تر تقسیم شده است. در این موارد می‌توان تقسیم شدن را روی یک شکل مثل دایره نشان داد و سهم هر بخش را روی دایره مشخص کرد. در نمودار دایره‌ای به طور معمول نسبت و سهم هر بخش را به‌صورت درصد محاسبه می‌کنند و سپس روی نمودار نمایش می‌دهند.

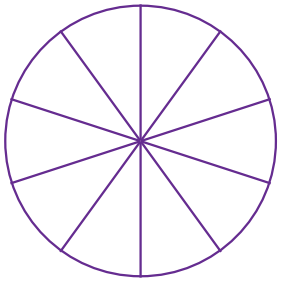
چرا بعد از محاسبهٔ درصد، ممکن است نیاز باشد از عددهای تقریبی استفاده کنیم؟

٪۸۳ را با کسری با مخرج ۱۰ تقریب بزنید.

فعالیت

در مدرسهٔ راهنمایی شهید مؤذن‌پور تعداد کتاب‌هایی که دانش‌آموزان امانت گرفته‌اند، بررسی شده و آمار و اطلاعات زیر به‌دست آمده است. جدول داده‌ها را کامل کنید. با توجه به کسرهای با مخرج ۱۰، نمودار دایره‌ای را کامل کنید.

نوع کتاب	مذهبی	داستانی	علمی	کمک‌درسی	سایر موارد
تعداد	۳۹۰	۲۱۰	۸۱۰	۴۰۰	۱۹۰
درصد تقریبی	٪۲۰	٪۱۰			
کسر تقریبی با مخرج ۱۰	$\frac{۲}{۱۰}$				



۱ــ چگونه درصد مربوط به هر نوع کتاب را به‌دست می‌آورید؟

۲ــ با توجه به نمودار، دانش‌آموزان این مدرسه بیشتر به چه نوع کتابی علاقه دارند؟

۳ــ اگر مسئول کتابخانه بخواهد کتاب‌های جدیدی برای مدرسه بخرد، باید به کدام نوع کتاب بیشتر توجه کند؟ چرا؟

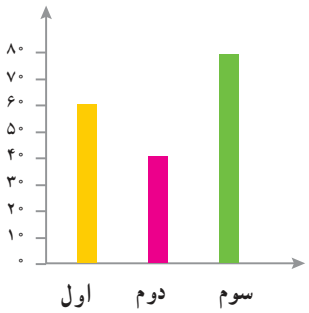
۴ــ اگر اطلاعات دیگری از کتابخانهٔ این مدرسه داشتید، تفسیر و توصیف بهتری از نتیجهٔ نمودار بالا به‌دست می‌آوردید؟

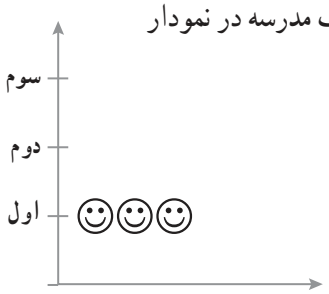
تمرین

۱ــ جدول روبه‌رو تعداد و شمارهٔ کفش ساکنان یک ساختمان را نشان می‌دهد.
اگر در یک مغازه فقط کفش‌های کوچک‌تر از شمارهٔ ۴۰ فروخته شود، چند نفر از ساکنان این ساختمان می‌توانند از این مغازه کفش بخرند؟

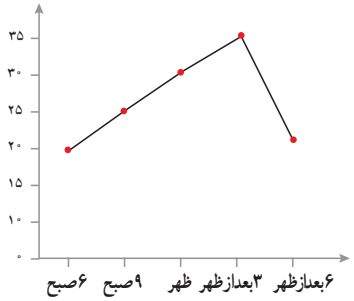
شماره کفش	چوب خط	تعداد
۳۶	𝍸	
۳۷	𝍸	
۳۸	𝍸	
۳۹	𝍸	
۴۰	𝍸	
۴۱	𝍸	
۴۲	𝍸	
۴۳	𝍸	

۲ــ تعداد دانش‌آموزان پایه‌های اول، دوم و سوم دبستان یک مدرسه در نمودار زیر نشان داده شده است.
هر ۱۰ دانش‌آموز را با یک ☺ نشان دهید و نمودار تصویری روبه‌رو را کامل کنید.





۳ــ با توجه به نمودار، جدول داده‌ها را کامل کنید.



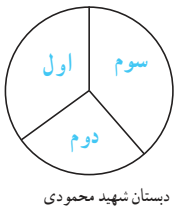
زمان	۶ صبح	۹ صبح	ظهر	۳ بعدازظهر	۶ بعدازظهر
درجه حرارت					

با توجه به نمودار، تغییرهای دما را توصیف کنید.
تغییر دما بین کدام ساعت‌ها بیشتر بوده است؟ فکر می‌کنید این نمودار مربوط به کدام فصل سال است؟ چرا؟

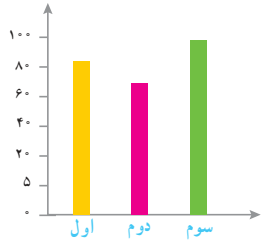
۴ــ دانش‌آموزان کلاس‌های اول تا سوم چند دبستان پولی را که برای جشن نیکوکاری جمع‌آوری کرده‌اند، با ۴ نمودار مختلف نشان داده‌اند. اگر بخواهیم تشخیص دهیم که کدام کلاس سهم بیشتری در این امر خیر داشته است، کدام نمودار برای این موضوع مناسب‌تر است؟ چرا؟



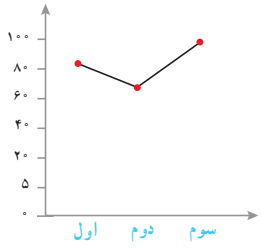
دبستان شهید محمدی



دبستان شهید محمودی



دبستان شهید نوری



دبستان شهید احمدی

احتمال یا اندازه‌گیری شانس

فعالیت

کدام اتفاق‌ها از میان موارد زیر حتماً رخ می‌دهند؟ کدام‌ها ممکن نیست رخ دهند؟ کدام موارد ممکن است اتفاق بیفتند؛ ولی حتمی نیستند؟



الف) بلافاصله بعد از ماه فروردین، ماه خرداد باشد.

ب) امروز تولّد یکی از همکلاسی‌هایتان باشد.

ج) تولّد شما در این ماه باشد.

د) یک تاس بیندازید، عددی بزرگ‌تر از ۷ بیاید.

هـ) یک تاس بیندازید، عددی زوج بیاید.

و) یک تاس بیندازید، عددی کوچک‌تر از ۷ بیاید.

ز) بدون نگاه کردن به رنگ مهره‌ها، یک مهره از کیسهٔ روبه‌رو بیرون بیاورید که آبی باشد.

پاسخ‌هایتان را با دوستانتان مقایسه کنید. در کدام موارد همه پاسخ یکسانی داده‌اید؟ در کدام موارد پاسخ‌هایتان با هم فرق می‌کند؟

کار در کلاس

برای هر عبارت گزینهٔ مناسب را انتخاب کنید. در مورد دلیل انتخاب خود با هم‌کلاسی‌هایتان گفت‌وگو کنید.

	حتمی است	ممکن است اما حتمی نیست	غیرممکن است
الف) تیم ملی فوتبال ایران در اولین بازی بعدی خود پیروز شود.	○	○	○
ب) مجموع دو عدد، عددی زوج باشد.	○	○	○
ج) اگر بذر گندم بکاریم، جو سبز شود.	○	○	○
د) اگر توپی را به سمت بالا بیندازیم به پایین برگردد.	○	○	○
هـ) اگر توپی را به سمت حلقهٔ بسکتبال بیندازیم، گل شود.	○	○	○
و) اگر سکه‌ای را به هوا پرتاب کنیم، به پشت روی زمین می‌افتد.	○	○	○

فعالیت

۱ــ وقتی یک سکه را می‌اندازیم، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد؛ یا سکه رو می‌آید یا پشت، این دو حالت مشابه هم‌اند.



در هریک از موارد زیر همهٔ حالت‌های مشابهی را که ممکن است اتفاق بیفتد، بنویسید.

الف) تاس می‌اندازیم.



ب) یک مهره را به‌طور تصادفی از کیسه‌ای که سه مهره به رنگ‌های سبز، زرد و آبی دارد، بیرون می‌آوریم.

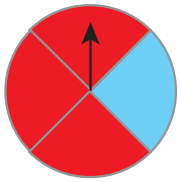
ج) عقربهٔ چرخندهٔ روبه‌رو را می‌چرخانیم.



۲ــ وقتی یک سکه را می‌اندازیم، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد : یا سکه رو می‌آید یا پشت. چون این دو حالت مشابه‌اند، شانس رو آمدن سکه با شانس پشت آمدن آن برابر است. در کدام‌یک از موارد زیر شانس رخ دادن دو اتفاق با هم برابر است؟

الف) تاس می‌اندازیم، عدد ⚄ بیاید.

تاس می‌اندازیم، عدد ⚅ بیاید.



ب) عقربهٔ چرخنده روبه‌رو را می‌چرخانیم، روی آبی بایستد.

عقربهٔ چرخنده روبه‌رو را می‌چرخانیم، روی قرمز بایستد.

وقتی یک سکه را می‌اندازیم، دو حالتِ **هم‌شانس** ممکن است اتفاق بیفتد، یا سکه رو می‌آید یا پشت و چون در یک حالت از این دو حالتِ ممکن، سکه رو می‌آید؛ پس احتمال رو آمدن سکه $\frac{۱}{۲}$ است.

به این ترتیب برای بیان اندازهٔ **شانس** رخ دادن یک اتفاق، از یک عدد استفاده کرده‌ایم که **احتمال** رخ دادن آن اتفاق نامیده می‌شود.

برای اینکه احتمال رخ دادن یک اتفاق را به‌دست آوریم، ابتدا همهٔ حالت‌های ممکن را می‌یابیم، سپس حالت‌های موردنظر را از میان حالت‌های ممکن پیدا می‌کنیم. احتمال رخ دادن اتفاق موردنظر برابر است با نسبت تعداد حالت‌های موردنظر به تعداد حالت‌های ممکن؛ بنابراین :

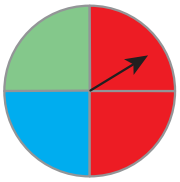
$$\text{احتمال رخ دادن یک اتفاق} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن}}$$

کار در کلاس

۱ــ احتمال اتفاق افتادن هر اتفاق را با یک کسر بیان کنید. توضیح دهید صورت و مخرج هر کسر را چگونه پیدا کرده‌اید.

الف) تاس می‌اندازیم، عددی زوج بیاید.

ب) تاس می‌اندازیم، عددی بخش‌پذیر بر ۳ بیاید.



ج) عقربهٔ چرخندهٔ مقابل روی سبز قرار بگیرد.

د) عقربهٔ چرخندهٔ مقابل روی قرمز قرار بگیرد.

۲ــ چرا احتمال رخ دادن یک اتفاق، صفر، یک یا عددی بین صفر و یک است؟

۳ــ الف) صفر بودن احتمال به چه معناست؟

ب) یک بودن احتمال به چه معناست؟

تمرین

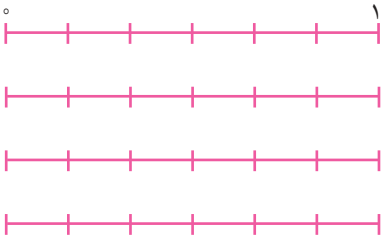
۱ــ برای هریک از موارد زیر یک مثال بنویسید.

الف) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن صفر باشد.

ب) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن $\frac{۱}{۲}$ باشد.

ج) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن یک باشد.

۲ــ احتمال رخ دادن هر اتفاق را با قرار دادن یک نقطه روی پاره‌خط مقابل آن مشخص کنید.

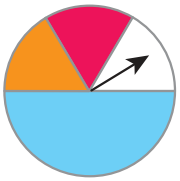


الف) تاس می‌اندازیم، عدد ۹ بیاید.

ب) تاس می‌اندازیم، عدد ⁘ بیاید.

ج) تاس می‌اندازیم، عددی زوج بیاید.

د) تاس می‌اندازیم، عددی کوچک‌تر از ۷ بیاید.



۳ــ احتمال ایستادن عقربهٔ چرخنده مقابل، روی رنگ قرمز را حساب کنید.

۴ــ در هر کیسه فقط یک مهرهٔ سیاه وجود دارد و بقیهٔ مهره‌ها سفیدند. از هر کیسه یک مهره را به‌صورت تصادفی بیرون می‌آوریم. احتمال بیرون آمدن مهرهٔ سیاه از کدام کیسه بیشتر است؟ چرا؟



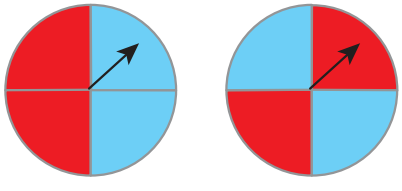
۵ــ با قرار دادن علامت < یا = یا > احتمال وقوع اتفاق‌ها را با هم مقایسه کنید.

تاس ۱ یا ۲ بیاید ◯ تاس ۳ بیاید.

تاس عددی کمتر از ۴ بیاید ◯ تاس ۴ یا ۵ بیاید.

۶ــ در شکل زیر دو هدف تیراندازی می‌بینید.

بدون هدف‌گیری یک تیر به سمت هریک از این هدف‌ها پرتاب می‌کنیم؛ فکر می‌کنید احتمال خوردن تیر به رنگ قرمز در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟



فعالیت

۱ــ محسن می‌خواهد یک سکه بیندازد؛ سکه، رو می‌آید یا پشت؟

او سکه را می‌اندازد. سکه رو می‌آید. اگر دوباره سکه را بیندازد، رو می‌آید یا پشت؟

محسن سه بار سکه را می‌اندازد و هر سه بار رو می‌آید. اگر یک بار دیگر سکه را بیندازد، رو می‌آید یا پشت؟

۲ــ شما هم تجربه کنید! یک سکه بردارید، آن را ۱۰ بار بیندازید و در هر آزمایش، وضعیت سکه را با رسم چوب‌خط، در جدول مقابل یادداشت کنید.



جدولتان را با دوستانتان مقایسه کنید. آیا جدول همه با هم یکسان است؟

نسبت تعداد رو آمدن سکه به تعداد کل آزمایش‌ها را با توجه به جدول خودتان، به‌صورت یک کسر بنویسید.

کسرتان را با کسرهای به‌دست‌آمده در کلاس مقایسه کنید. آیا کسرها با هم مساوی هستند؟

کار در کلاس

۱ــ در یک کیسه ۱ مهرهٔ قرمز و ۲ مهرهٔ آبی قرار دهید. یک مهره را به‌صورت تصادفی از کیسه بیرون بیاورید و رنگ آن را یادداشت کنید. مهره را دوباره درون کیسه قرار دهید. این آزمایش را ۹ بار دیگر هم انجام دهید و جدول زیر را کامل کنید:

نوبت آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
رنگ مهره										

جدولتان را با دوستانتان مقایسه کنید. آیا جدول همه با هم یکسان است؟

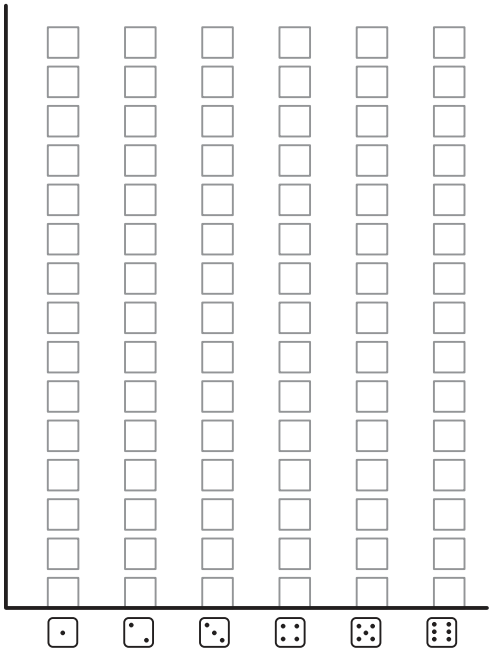
در چه کسری از آزمایش‌ها مهرهٔ قرمز از کیسه بیرون آمد؟

در چه کسری مهرهٔ آبی؟

حاصل جمع این دو کسر را حساب کنید.

پاسخ‌ها را با دوستانتان مقایسه کنید. چه تفاوت‌ها و شباهت‌هایی مشاهده می‌کنید؟

۲ــ یک تاس را ۳۰ بار بیندازید و عدد روی تاس را در نمودار مقابل ثبت کنید.



پاسختان را با دوستانتان مقایسه کنید.

آیا در ۳۰ آزمایش انجام‌شده، هر عدد دقیقاً ۵ بار مشاهده می‌شود؟

فعالیت

۱ــ در فعالیت صفحهٔ قبل هر یک، ۱۰ بار سکه را پرتاب کردید و نتیجهٔ آزمایش‌ها را یادداشت کردید. اکنون نتایج به‌دست‌آمده در کل کلاس را با هم جمع کنید و در جدول روبه‌رو بنویسید (مثلاً اگر ۳۰ دانش‌آموز در کلاس شما باشند، نتایج ۳۰۰ آزمایش در جدول می‌آید).

تعداد کل آزمایش‌ها را به‌دست آورید.

در چه کسری از آزمایش‌ها، سکه رو آمده است؟

در چه کسری از آزمایش‌ها، سکه پشت آمده است؟

۲ــ عبارت زیر را بخوانید و دربارهٔ آن گفت‌وگو کنید.

«وقتی می‌گوییم در آزمایش پرتاب سکه، احتمال رو آمدن $\frac{۱}{۲}$ است یعنی انتظار داریم در تعداد زیاد آزمایش‌ها، تقریباً در $\frac{۱}{۲}$ موارد، سکه رو بیاید».

۳ــ الف) آیا همیشه در ۲۰ بار پرتاب سکه، دقیقاً ۱۰ بار سکه رو می‌آید؟

ب) انتظار دارید در ۱۰۰۰ بار پرتاب سکه، تعداد روآمدن‌ها تقریباً چند بار باشد؟

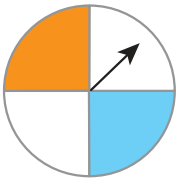
ج) آیا ممکن است در ۵۰۰ بار پرتاب یک سکه، ۴۰۰ بار سکه پشت بیاید؟

کار در کلاس

۱ــ الف) آیا ممکن است در ۱۰ بار پرتاب تاس، عدد ۶ نیاید؟

ب) آیا همیشه در ۳۰۰ بار پرتاب یک تاس، هریک از عددها دقیقاً ۵۰ بار دیده می‌شود؟

۲ــ عقربهٔ چرخندهٔ مقابل را می‌چرخانیم.



الف) چرخنده به چند قسمت مساوی تقسیم شده است؟

ب) احتمال ایستادن عقربه روی هر یک از قسمت‌ها چقدر است؟

ج) احتمال ایستادن عقربه روی هر یک از رنگ‌ها را محاسبه کنید.

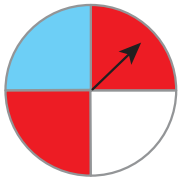
= احتمال سفید = احتمال آبی = احتمال نارنجی

د) اگر ۴۰۰ بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی هر قسمت قرار بگیرد؟

هـ) اگر ۴۰۰ بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی رنگ سفید قرار بگیرد؟

تمرین

۱ــ عقربهٔ چرخندهٔ روبه‌رو را می‌چرخانیم؛ احتمال ایستادن عقربه روی کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟



۲ــ در یک کیسه ۴ مهرهٔ آبی و ۱ مهرهٔ قرمز قرار داده‌ایم.

یک مهره را به‌طور تصادفی بیرون می‌آوریم، رنگ آن را یادداشت می‌کنیم و به کیسه برمی‌گردانیم.

می‌خواهیم این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهیم.

آیا می‌توانیم پیش از انجام کار، مشخص کنیم که در چه کسری از آزمایش‌ها مهرهٔ آبی بیرون می‌آید؟ چرا؟

۳ــ یک تاس را ۲۰ بار، پرتاب و نتیجهٔ آزمایش‌ها را در جدول یادداشت کرده‌ایم:

نوبت آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
عدد تاس	⚄	⚄	⚂	⚄	⚂	⚀	⚀	⚅	⚅	⚂	⚄	⚄	⚂	⚄	⚂	⚂	⚂	⚅	⚄	⚂

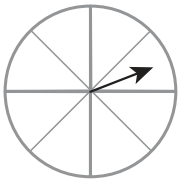
هر یک از عددهای روی تاس، در چه کسری از آزمایش‌ها آمده است؟

آیا می‌توانید بدون محاسبه، حاصل‌جمع این کسرها را به‌دست آورید؟ چگونه؟

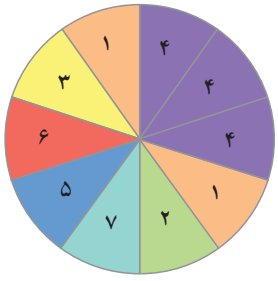
۴ــ الف) انتظار دارید در ۱۰۰۰ بار پرتاب تاس، تقریباً چند بار ⚀ بیاید؟

ب) انتظار دارید در ۱۰۰۰ بار پرتاب تاس، تقریباً چند بار عددی زوج بیاید؟

۵ــ چرخندهٔ مقابل را طوری رنگ کنید که احتمال ایستادن عقربه روی رنگ سفید، برابر صفر باشد؛ یعنی ایستادن عقربه روی رنگ سفید، غیرممکن شود.



۶ــ عقربهٔ چرخندهٔ مقابل را می‌چرخانیم.



الف) احتمال ایستادن عقربه روی هر یک از عددها را محاسبه کنید.

احتمال ۱ = ‌ احتمال ۲ = ‌ احتمال ۳ =

احتمال ۵ = ‌ احتمال ۶ = ‌ احتمال ۷ =

ب) اگر ۱۰۰۰ بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی عدد ۳ قرار بگیرد؟

ج) اگر ۱۰۰۰ بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی عدد ۴ قرار بگیرد؟

مرور فصل ۹

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل، اصطلاحات زیر به‌کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید و برای هرکدام یک مثال بزنید.

- آمار
- جمع‌آوری داده
- نمونه‌گیری
- اتفاق‌های هم‌شانس
- احتمال

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هرکدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصهٔ درس تهیه کنید.

- سازماندهی داده‌ها در جدول
- رسم نمودار ستونی
- رسم نمودار خط شکسته
- رسم نمودار تصویری
- کاربرد هر یک از نمودارها در مسائل مختلف
- انتخاب نمودار مناسب برای موضوع موردنظر
- تشخیص حتمی، ممکن یا غیرممکن بودن یک اتفاق
- پیدا کردن احتمال رخ دادن یک اتفاق
- آزمایش و ثبت نتایج مربوط به یک اتفاق تصادفی
- مقایسهٔ احتمال رخ دادن یک اتفاق با نتایج آزمایش‌ها

کاربرد

آمار و احتمال در زندگی روزمره، کاربرد وسیعی دارد. به کمک اطلاعات آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع رخدادها از جمله بارندگی، سیل، بارش برف و... را پیش‌بینی کنیم.

تمرین‌های ترکیبی

درصورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به‌خوبی آموخته‌اید.

یک تاس را ۱۰ بار بیندازید و نسبت تعداد دفعاتی را که عدد زوج آمده، به تعداد کل آزمایش‌ها، پیدا کنید و با یک کسر، نمایش دهید.

احتمال زوج بودن عدد روی تاس را محاسبه کنید و با یک کسر، نمایش دهید.

آیا این دو کسر همیشه با هم برابرند؟

آیا ممکن است این دو کسر با هم برابر باشند؟

آیا می‌توان گفت که وقتی تعداد آزمایش‌ها زیاد می‌شود، انتظار داریم که این دو کسر تقریباً برابر شوند؟

معلّمان محترم، صاحب‌نظران، دانش‌آموزان عزیز و اولیای آنان می‌توانند نظر اصلاحی خود را درباره مطالب کتاب‌های درسی از طریق سامانه «نظرسنجی از محتوای کتاب درسی» به نشانی «nazar.roshd.ir» یا نامه به نشانی تهران ـ صندوق پستی ۴۸۷۴ ـ ۱۵۸۷۵ ارسال کنند.

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی